

REGNECENTRALEN  
DANSK INSTITUT FOR MATEMATIKMASKINER

ATOMENERGIKOMMISSIONENS

- 5 JUNI 1959  
BIBLIOTEK - RISØ

SEKVENSBETEGNELSE

CF 2

side 1/7

DASK - BIBLIOTEKSSPECIFIKATION

Kodet af PM d15.10.58

Indkørt af PM d29.10.58

Udgivet d. 1.4.59

$y = \text{Arcsin } x$

$y = \text{Arccos } x$

Indhops- adresser	Udhops- adresser	Indgang	Udgang	Max. ordre- antal	Køretid	
					min.	max.
0A8	53A8	C(AR) = x (-1 ≤ x < 1)	$\frac{1}{2\pi}$ Arcsin x → AR og MR	53	ca.242 AT (180 AT)	ca.290 AT (315½ AT)
80A8	86A8		$\frac{1}{2\pi}$ Arccos x → AR og MR	60	ca.249 AT (187 AT)	ca.297 AT (322½ AT)
Kodelængde		0 - 79 (Arcsin) 0 - 86 (Arccos)	Undersekvenser		Ingen	
Begyndelsesadresse		Lige	Arbejdsceller		I sekvensen	
Grundparametre		Ingen	Perm. konstanter		C(2040v), C(2041), C(2042v), C(2043)	
Programparametre		Ingen				

CF 2
side 2

Grundlag

Af  $\tan \frac{v}{2} = \frac{\sin v}{1 + \cos v} = \frac{\sin v}{1 + \cos v}$

fås med  $\sin v = x$ :

$$\text{Arcsin } x = 2 \text{ Arctan } \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}} = 2 \text{ Arctan } u.$$

$r = \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$  beregnes som nulpunkt i polynomiet

$$f(r) = r^2 - \frac{1}{4}(1-x^2).$$

Hertil benyttes (som i AF 1 og 2) Newtons iterationsmetode.

Man får

$$r_{k+1} = r_k - \frac{f(r_k)}{f'(r_k)} = r_k + \frac{1}{2} \left( \frac{1-x^2}{4r_k} - r_k \right) =$$

$$r_k + b_k.$$

Arctan u beregnes (som i CF 1) ved hjælp af følgende approksimationspolynomium:

$$\frac{1}{2\pi} \text{ Arctan } w = \frac{1}{4} w \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} w^{2n},$$

hvor  $w = \frac{|u| - \infty}{1 + |u|}$ ,  $\infty = \tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ ,  $-1 \leq u < 1$ ,

$$a_1 = 0.636 619 772 363$$

$$a_3 = -0.212 206 589 709$$

$$a_5 = 0.127 323 865 101$$

$$a_7 = -0.090 942 348 306$$

$$a_9 = 0.070 669 104 827$$

$$a_{11} = -0.057 113 781 346$$

$$a_{13} = 0.043 877 601 840$$

$$a_{15} = -0.023 163 323 112$$

Følgende omskrivning er foretaget:

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arctan } |u| = \frac{1}{2\pi} \left( \text{Arctan } w + \frac{\pi}{8} \right),$$

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arctan } w = \frac{1}{2\pi} \left( \text{Arctan } |u| - \text{Arctan } \frac{\pi}{8} \right).$$

Arccos x beregnes af

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arccos } x = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \text{Arcsin } x \right).$$

### Funktion

Sekvensen beregner de cirkulære funktioner Arcsin x og Arccos x. Der arbejdes kun med DASK - tal.

Ved udregningen af kvadratroden efter ovennævnte iterationsmetode benyttes som startværdi

$$r_1 = 2^{-p} - 2^{-39},$$

hvor p er bestemt ved

$$\frac{1}{4} \leq (1-x^2) 2^{2p} < 1.$$

Antallet af iterationer bestemmes i hvert enkelt tilfælde, idet iterationsprocessen stopper, når fejlen skifter fra at være negativ til at være positiv.

Ved udregningen af Arctan u benyttes, at Arctan u og u har samme fortegn.

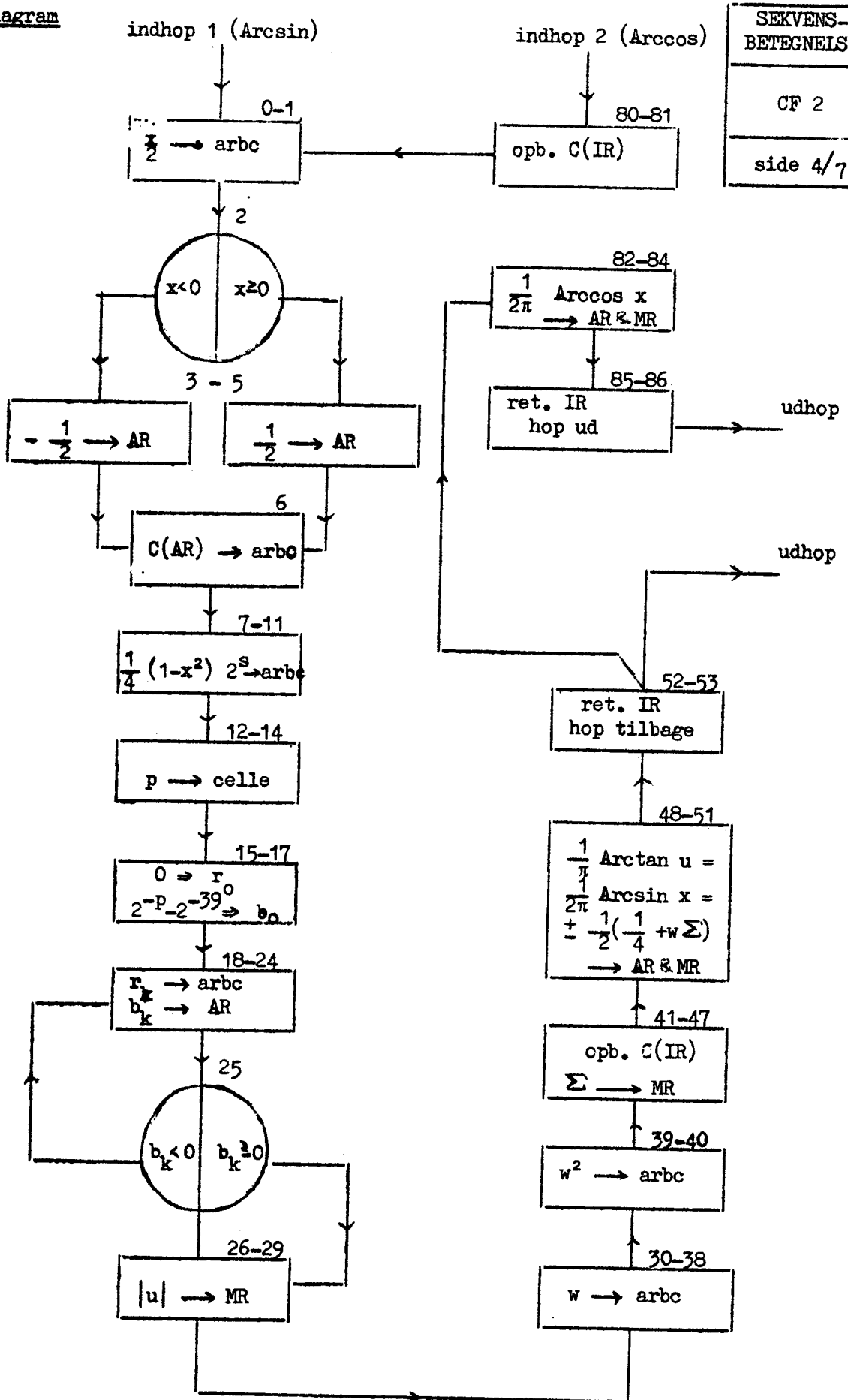
Den maksimale fejl på Arcsin x og Arccos x er

$$10^{-11} \quad \text{for } 0 \leq |x| < 0,999$$

$$5 \cdot 10^{-7} \quad \text{for } 0,999 \leq |x| < 1$$

Det bemærkes, at  $C(72ABv) = \frac{1}{4}$ .

Rutediagram



SEKVENSBETEGNELSE
CF 2
side 4/7

Kode

	Arcsin indhop	0	1	A	OD	}	$\frac{x}{2} \rightarrow arbc$
		1	74	AB	08		
	4 ←	2	4	AB	11	}	hop, hvis $x \geq 0$
	5 ←	3	5	AB	50		
	2 →	4	2040	A	60	}	-1 → AR
	3 →	5	2043	A	21		
		6	73	AB	28	}	$\pm \frac{1}{2} \rightarrow arbc$
		7	74	AB	45		
		8	74	AB	4A	}	$\frac{1}{4} (1 - x^2) \rightarrow AR + MR$
		9	72	AB	20		
		10	20	AB	4E	}	$\frac{1}{4} (1 - x^2) 2^s \rightarrow arbc$
		11	76	AB	08		
		12	20	AB	60	}	p = heledelen af $\frac{s}{2}$
		13	1	A	OD		
		14	17	AB	29	}	$r_0 = 0 \rightarrow arbc$
		15	78	AB	48		
		16	2040	A	41	}	$b_0 = 2^{-p} - 2^{-39} \rightarrow AR$
(14)		17	(0)	A	OD		
	25 →	18	78	AB	06	}	$\frac{1}{4} (1-x^2) 2^s \rightarrow AR$
		19	76	AB	40		
(10)		20	(0)	A	4D	}	$\frac{1}{4} (1-x^2)/r_k \rightarrow AR$
		21	78	AB	4B		
		22	0	A	07	}	$b_k = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} (1-x^2)/r_k - r_k) \rightarrow AR$
		23	78	AB	01		
		24	1	A	OD	}	hop, hvis $b_k < 0$
18 ←	25	18	AB	51			
		26	2043	A	60	}	$\frac{1}{2} (1 + \sqrt{1-x^2}) \rightarrow arbc$
		27	78	AB	06		
		28	74	AB	42	}	$ u  =  x  / (1 + \sqrt{1-x^2}) \rightarrow MR$
		29	78	AB	0B		
		30	70	AB	0A	}	$\frac{1+ u }{2} \rightarrow arbc$
		31	2043	A	20		
		32	76	AB	08		

33	0	A	07	}	
34	1	A	0D		
35	70	AB	01	}	
36	76	AB	0B		
37	0	A	07	}	
38	76	AB	08		
39	76	AB	0A	}	
40	74	AB	08		
41	68	AB	44		
42	52	AB	34		
43	14	A	35		
47 →	44	2046	B	35	
	45	74	AB	0A	}
	46	54	B8	04	
44 ←	47	44	AB	33	
	48	76	AB	0A	}
	49	72	AB	24	
	50	73	AB	2A	
	51	2042	A	24	
(42)	52	(0)	A	35	
udhop	53	1	D	10	
	54	B	517CC	}	
	55	B	1B725		
	56	B	E4D66	}	
	57	B	A1A9A		
	58	B	104C2	}	
	59	B	5FE4E		
	60	B	F45C0	}	
	61	B	04A1A		
	62	B	090BA	}	
	63	B	F6B09		
	64	B	F8B07	}	
	65	B	EE07C		

$$\frac{|u| - \infty}{2} \rightarrow \text{AR}$$

$$w = \frac{|u| - \infty}{1 + \infty|u|} \rightarrow \text{MR \& arbc}$$

$$w^2 \rightarrow \text{arbc}$$

$$a_{15} \rightarrow \text{MR}$$

opbevar C(IRB)

$$14 \rightarrow \text{IRB} \quad (0 \Rightarrow j)$$

$$-2 + C(\text{IRB}) \rightarrow \text{IRB} \quad (j + 1 \Rightarrow j)$$

$$\sum_{n=0}^j a_{15-2n} w^{2j-2n} \rightarrow \text{MR}$$

hop på B (j < 7)

$$\frac{1}{\pi} \text{Arctan } u = \frac{1}{2\pi} \text{Arcsin } x \rightarrow \text{AR}$$

$$C(\text{AR}) \rightarrow \text{MR}$$

retabler IRB

hop tilbage

a<sub>1</sub>

a<sub>3</sub>

a<sub>5</sub>

a<sub>7</sub>

a<sub>9</sub>

a<sub>11</sub>

66	B	059DC	}
67	B	80077	
68	B	FD08F	}
69	B	BF662	
70	B	1A827	}
71	B	999FD	
72	B	20000	}
73		A	
74		A	}
75		A	
76		A	}
77		A	
78		A	}
79		A	

$a_{13}$

$a_{15}$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} - 1)$

$\frac{1}{4}$

arbc

Arccos indhop	80	85	A8	74	}
	81	0	A8	16	
	82	74	A8	08	}
	83	72	A8	60	
	84	74	A8	05	}
(80)	85	(0)	A	75	
udhop	86	1	D	10	

opbevar C(IRD)

$\frac{1}{2\pi} \text{Arcsin } x \rightarrow \text{arbc}$

$\frac{1}{2\pi} \text{Arccos } x = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \text{Arcsin } x \rightarrow \text{AR\&MR}$

retabler IRD

hop ud