

CI. ANALOGREGNEMASKINE

=====

	side
Symbolliste	1
Indledning	3
Lineære regneenheder	3
Regneforstærker	3
Regneforstærkeren som multiplikator, tegnvender og summator	5
Regneforstærkeren som integrator	8
Regneforstærkeren som differentiator	11
Regneforstærkerens indgange	12
Eksempel på fastlæggelse af forstærkerens indgange	13
Regneforstærkernes sammenbygning	13
Koefficientpotentiometer	16
Ikke-lineære regneenheder	18
Servomultiplikator	19
Diodemultiplikator	21
Logaritmisk multiplikator	21
Impulsmultiplikator	22
Division	23
Funktionsgenerator	24
Diodefunktionsgenerator	25
Programmering	29
Standardform	30
Amplitudeskalafaktor	32
Tidsskalafaktor	33
Potentiometerliste og koblingskema	34
Eksempel på programmering	36
Beregning	42
Registrering af resultater	43

Symbolliste

a	proportionalitetskonstant
C	kapacitet
d	længde, vinkeldrejning
E	spænding
f	forstærkning i åben regneforstærker
g	tyngdeacceleration
I	strøm
J	inertimoment
M	masse
m	regneforstærkerindgang
p	periode
q	ladning
R	modstand
t	tid, uafhængig variabel
X	størsteværdi af en variabel
x	variabel
y	variabel
z	variabel
α	amplitudeskalafaktor
β	tidsskalafaktor
τ	maskintid
θ	vinkeldrejning
(0)	begyndelsestilstand

Indices

o	udgangs-
1	indgangs-
2	indgangs-

g gitterpunkts-
H hældnings-
m reference-
K knækpunkts-
+ udgang fra diodekredsløb
- udgang fra diodekredsløb

Indledning

I det følgende gives en elementær indføring i den elektroniske analogregnemaskine og dens brug med specielt henblik på øvelserne i maskinlaboratoriet på Danmarks Ingeniørakademis Maskinafdeling.

Da brugeren kun behøver at have kendskab til, hvordan analogregnemaskinens elementer opfører sig udadtil, vil der i det følgende ikke blive gjort rede for den praktiske konstruktive udformning af regneforstærkere, multiplikatorer med videre. Disse konstruktive oplysninger må derfor søges i speciallitteraturen.

Afsnittet programmering indeholder en beskrivelse af de forberedelser, der er nødvendige for at løse et forelagt problem ved anvendelse af en analogregnemaskine. Dette kan gøres på flere måder, og den i afsnittet givne procedure er derfor kun at opfatte som et forslag, der selvfølgelig kan fraviges, efterhånden som ens egen erfaring vokser.

Det er tilstræbt at anvende det af "Skandinaviska Analogi Maskin Sällskapetets Standardiseringskommitte" fremsatte forslag til en nordisk nomenklatur.

Lineære regneenheder

Regneforstærker.

Det grundlæggende element i en elektronisk analogregnemaskine er en jævnspændingsforstærker, en såkaldt regneforstærker. Som sådan kan anvendes en DC-forstærker, det vil sige en forstærker med direkte kobling mellem de enkelte trin, således at koblingskondensatorer ikke er benyttet. DC står her for Direct Coupling. Herved opnås, at forstærkeren er i stand til at forstærke jævnspændinger såvel som vekselspændinger. Man har ved konstruktionen af sådanne

forstærkere visse stabilitetsmæssige vanskeligheder, og derfor anvendes DC-forstærkere normalt ikke.

For at undgå direkte kobling og de dermed følgende problemer anvendes ofte de såkaldte chopperforstærkere. Princippet er her, at den indkommende jævnspænding hakkes i stykker til en firkantspænding ved hjælp af en mekanisk vibrator. Den således dannede vekselspænding kan forstærkes i en almindelig vekselspændingsforstærker, og udgangsspændingen herfra ensrettes, således at den resulterende udgangsspænding bliver en jævnspænding proportional med den indkommende jævnspænding.

En regneforstærker konstrueres således, at den har en meget høj forstærkning, normalt omkring 10^8 gange. Indgangsspændingen påtrykkes mellem gitteret i forstærkerens indgangsrør og forstærkerens stelledning. Da gitterstrømmen til et forstærkerør er meget lille, vil regneforstærkeren praktisk talt ikke trække strøm, eller anderledes udtrykt, indgangsimpedansen er meget stor. Udgangsspændingen udtages mellem stel og forstærkerens udgangsbøsning. Da stelledningen således er fælles for indgang og udgang, er det naturligt at vedtage at måle indgangsspænding og udgangsspænding i forhold til stel. Anvendes denne fortegnskonvention er en regneforstærker således konstrueret, at en positiv indgangsspænding giver en dermed proportional negativ udgangsspænding. Nu kan man i praksis ikke lave en forstærker, hvor der er linearitet mellem indgangs- og udgangsspænding i vilkårligt store spændingsområder. Normalt vil linearitetsområdet for en rørforstærker være ± 100 V, hvilket betyder, at udgangsspændingen ikke numerisk kommer over denne værdi. Ved en forstærkning på 10^8 gange ses, at indgangsspændingen så skal være numerisk mindre end $1 \mu\text{V}$. Denne spænding er så lav, at den uundgåeligt overskrides af inducerede spændinger på forstærkerens indgangsklemmer. Herved overstyres forstærkeren, det vil sige, den kommer ud af linearitetsområdet. Forstærkeren kan således synes uanvendelig, men ved en såkaldt modkobling opnås alle de egenskaber,

man har brug for i en analogregnemaskine. Princippet i modkobling er, at en del af udgangsspændingen, der som nævnt har modsat fortegn af den udefra påtrykte indgangsspænding, føres tilbage til indgangen. Den resulterende indgangsspænding på forstærkeren bliver herved mindre, og ved passende kraftig modkobling kan man opnå at få forstærkeren til at arbejde i sit linearitetsområde. Modkoblingen bevirker altså, at en udefra påtrykt spænding giver anledning til en mindre udgangsspænding end den, man ville opnå uden modkobling, den resulterende forstærkning bliver med andre ord mindre, men samtidig opnås en overmåde stabil og næsten helt lineær forstærkning.

Ved at koble forskellige indgangs- og modkoblingskomponenter til regneforstærkeren kan denne bringes til at foretage forskellige matematiske operationer på indgangssignalerne, som det vil blive vist nedenfor.

Regneforstærkeren som multiplikator, tegnvender og summator.

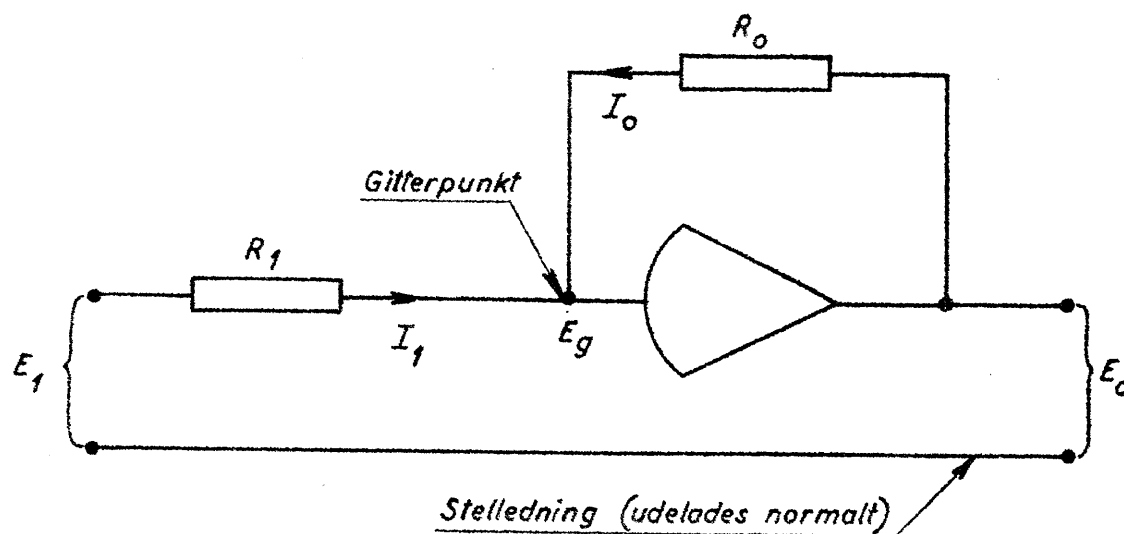
Ved at betragte figur 1 ses det, at følgende ligninger kan opstilles under forudsætning af, at forstærkeren ikke trækker nogen gitterstrøm

$$E_o = -f \cdot E_g \quad (\text{forstærkning i regneforstærker})$$

$$I_1 = \frac{E_1 - E_g}{R_1} \quad (\text{Ohm's lov})$$

$$I_o = \frac{E_o - E_g}{R_o} \quad (\text{Ohm's lov})$$

$$I_1 + I_o = 0 \quad (\text{Kirchhoff's lov})$$



Figur 1. Tegnvender (når $R_1 = R_0$).

Heraf findes

$$\frac{E_1}{E_0} = -\frac{1}{f} - \frac{R_1}{R_0} \left(\frac{1}{f} + 1 \right)$$

Hvis forstærkningen f er meget stor, reduceres dette udtryk til

$$E_0 = -\frac{R_0}{R_1} \cdot E_1 \quad (1)$$

Dette resultat kan iøvrigt findes direkte ved følgende ræsonnement:

Da forstærkningen i regneforstærkeren i praksis er meget stor, normalt 10^7 - 10^8 gange, må gitterpunktsspændingen være 0, hvis

udgangsspændingen ikke skal overstige forstærkerens linearitetsområde. Som det fremgår af det foregående, er det modkoblingen, der sikrer dette.

Når forstærkeren ikke trækker nogen gitterstrøm, må strømmene gennem indgangs- og modkoblingsmodstandene være lige store, det vil sige

$$\frac{E_1}{R_1} = - \frac{E_0}{R_0}$$

hvoraf ligning (1) umiddelbart følger. Man bemærker det negative fortegn, der skyldes indgangs- og udgangsspændingens modsatte polaritet.

I det her viste tilfælde virker forstærkeren som multiplikator - multiplikation med en konstant faktor - og i tilfælde af, at $R_0 = R_1$, har man $E_0 = - E_1$, det vil sige at forstærkeren virker som tegnvender.

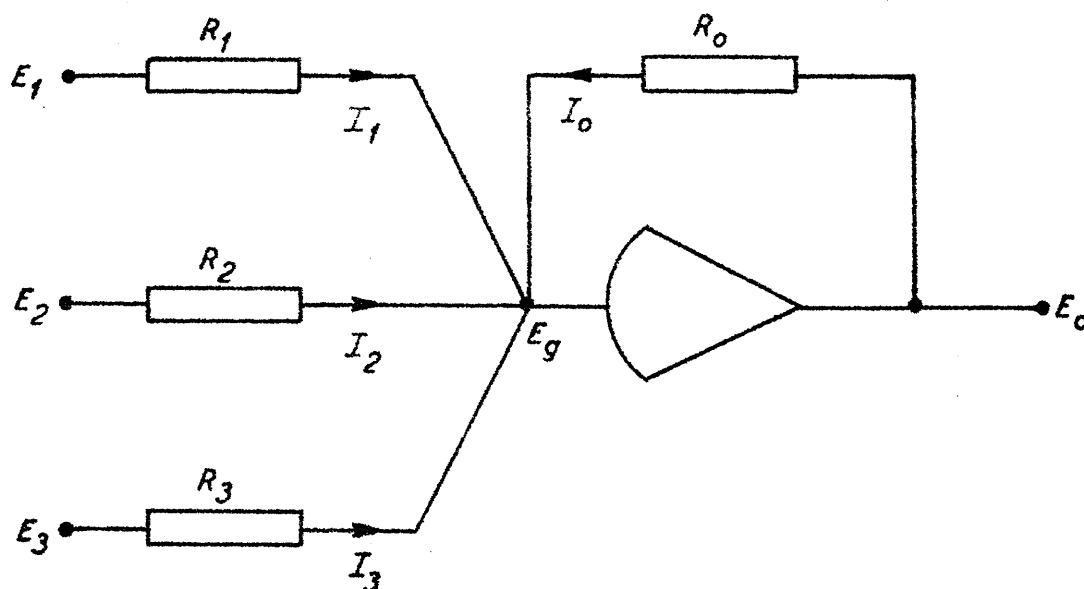
Forsynes forstærkeren med flere indgangsmodstande, som det er vist på figur 2, findes på lignende måde som før

$$E_0 = -f \cdot E_g$$

$$I_1 = \frac{E_1 - E_g}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E_2 - E_g}{R_2}, \quad I_3 = \frac{E_3 - E_g}{R_3}$$

$$I_0 = \frac{E_0 - E_g}{R_0}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_0 = 0$$



Figur 2. Summator.

Under forudsætning af meget stor forstærkning i regneforstærkeren findes

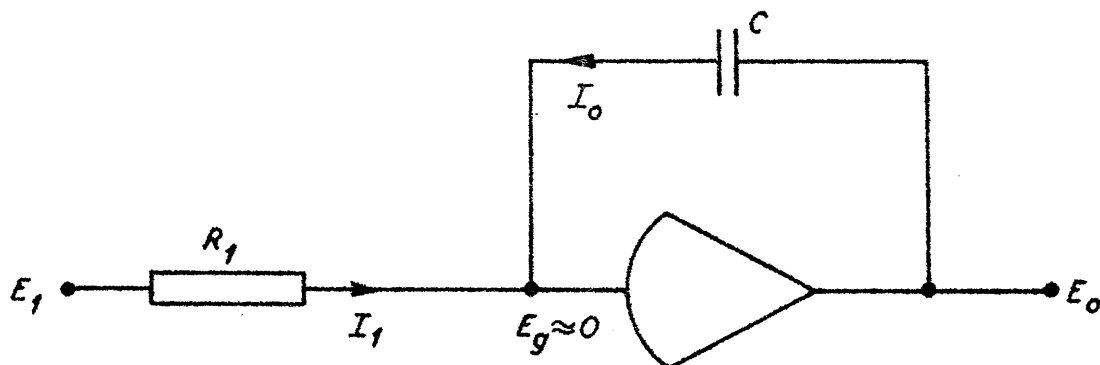
$$E_0 = -R_0 \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} \right) \quad (2)$$

Forstærkeren virker i dette tilfælde som en summator. Som det fremgår af ovenstående udledning, kan antallet af indgangsmodstande være vilkårligt stort.

Regneforstærkeren som integrator.

Erstattes modkoblingsmodstanden med en kondensator, som det er vist på figur 3, ses det, at spændingen over kondensatoren er E_0 ,

da gitterpunktsspændingen i praksis er 0, som det er forklaret ovenfor.



Figur 3. Integrator.

Da

$$q = C \cdot E_o$$

findes ved differentiation med hensyn til tiden

$$\frac{dq}{dt} = I_o = C \cdot \frac{dE_o}{dt}$$

På tilsvarende måde som før haves endvidere

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1}$$

$$I_1 + I_o = 0$$

hvoraf

$$dE_o = - \frac{E_1}{C \cdot R_1} \cdot dt$$

Integreres nu dette udtryk fra begyndelsestilstanden til en vilkårlig tilstand til tiden t , findes

$$\int_{E_o(0)}^{E_o} dE_o = - \frac{1}{C \cdot R_1} \int_0^t E_1 dt$$

eller

$$E_o = - \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot \int_0^t E_1 dt + E_o(0) \quad (3)$$

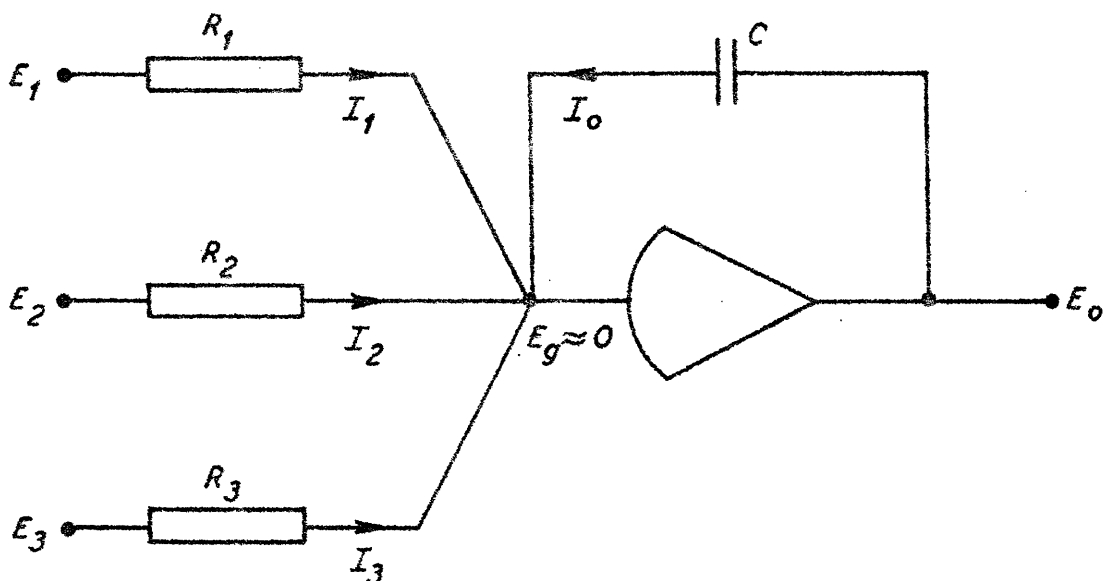
hvor $E_o(0)$ er spændingen over kondensatoren i begyndelsesøjeblikket.

Når regneforstærkeren er koblet som integrator kan den ligeledes forsynes med flere indgangsmodstande, som det er vist på figur 4.

I dette tilfælde haves

$$E_o = - \frac{1}{C} \int_0^t \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} \right) dt + E_o(0) \quad (4)$$

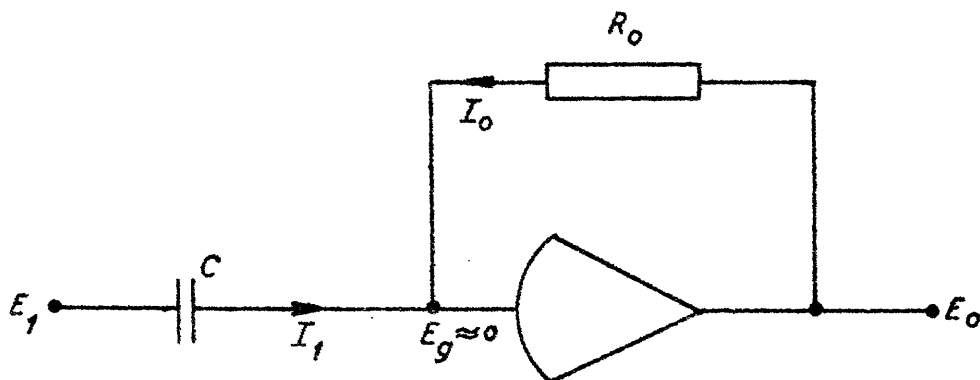
Ligesom før kan antallet af indgangsmodstande være vilkårligt stort. Det ses, at regneforstærkeren virker som samtidig summator og integrator, og denne koblingsmåde er da også den i praksis mest anvendte.



Figur 4. Summerende integrator.

Regneforstærkeren som differentiator.

Denne anvendelse af forstærkere ses ret sjældent, idet man har problemer med regnenøjagtigheden og stabiliteten. For fuldstændighedens skyld skal dog forstærkerens kobling som differentiator vises her. Som det fremgår af figur 5, sker modkoblingen gennem en modstand, mens der er anbragt en kondensator i regneforstærkerens indgang.



Figur 5. Differentiator.

Med de sædvanlige forudsætninger haves

$$\frac{dq}{dt} = I_1 = C \cdot \frac{dE_1}{dt}$$

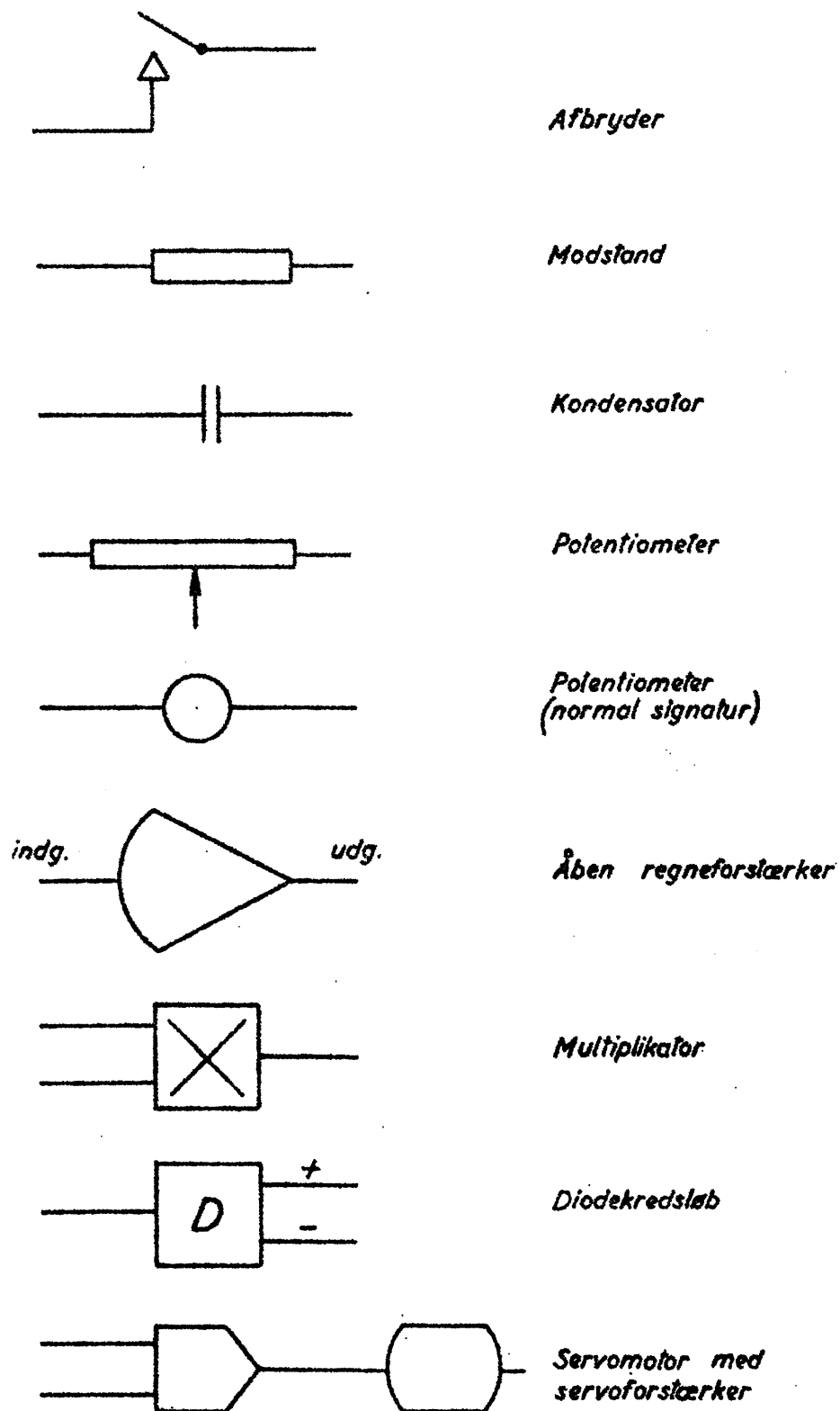
$$I_0 = \frac{E_0}{R_0}$$

$$I_0 + I_1 = 0$$

hvoraf

$$E_0 = -C \cdot R_0 \cdot \frac{dE_1}{dt}$$

(5)



Figur 15. Symboler til tegning af koblingsskema.

Tilføjelsesblad til øvelse C.1: Analogregnemaskinen
ved civilingeniør Poul Tækker.

(dette blad træder i stedet for afsnittene på siderne 12-35)

En analogregnemaskine er opbygget af et antal forstærkere, der kan opkobles som tegnvendere, summatorer eller integratorer. Ved hjælp af et relækredsløb, der betjenes fra en omskifter, kan regnemaskinen bringes i tre tilstande:

1) "Reset"

Samtlige indgangsmodstande kobles fra forstærkernes gitterpunkter til stel, og samtlige integratorer tilkobles et hjælpeledsløb, således at begyndelsesudgangsspændingerne $E_o(0)$ ved hjælp af potentiometre kan indstilles på ønskede værdier.

2) "Compute"

Forstærkernes opkobling bliver som gennemgået på de foregående sider.

3) "Hold"

Alle integratores indgangsmodstande kobles fra forstærkergitterpunkterne, således at samtlige forstærkere holder de udgangsspændinger, der var opnået, da maskinen bragtes i "Hold"-tilstand. Man kan således standse beregningerne og måle sammenhørende spændinger til et bestemt tidspunkt forskellige steder i analogregnemaskinen.

Ved passende valg af koblingselementer (modstande og kondensatorer) samt potentiometre opkoblet som spændingsledere, kan forstærkerne multiplicere indgangsspændingerne med vilkårlige faste konstanter.

Ofte har man brug for at kunne danne produktet af to variable størrelser. Der findes da også elektroniske multiplikatorer, der kan tilføres to variable spændinger og hvis udgangsspænding er proportional med den øjeblikkelige værdi af indgangsspændingernes produkt (ofte $-\frac{1}{100} E_1 E_2$).

En anden ofte benyttet regneenhed er den såkaldte funktionsgenerator, hvis udgangsspænding er en funktion af indgangsspændingen. Meget ofte er sådanne opbygget af et kredsløb af forspændte dioder, og det er muligt før indkoblingen i regnemaskinekredsløbet at indstille en vilkårlig funktionssammenhæng mellem ind- og udgangsspænding.

Analogregnemaskinen er især egnet til løsning af differentiaalligninger. Ved løsning af problemer på analogregnemaskine analogiseres alle afhængigt variable størrelser med analoge spændinger, der fremkommer ved at hver enkelt variabel multipliceres med sin

proportionalitetsfaktor (den såkaldte amplitudeskalafaktor), der vælges på en sådan måde, at spændingerne i maskinen ikke kommer uden for det område, hvori forstærkerne kan arbejde lineært. I det følgende programmeringseksempel er der sat skarpe parenteser om de analoge spændinger. Den uafhængigt variable i problemet bliver regnemaskinetiden eller eventuelt blot proportional hermed ved indførelse af en tidsskalafaktor. I programmeringseksemplet er den uafhængigt variable tiden t . Ved opkoblingen på regnemaskinen indføres regnemaskinetiden τ ($\tau = \beta t$, hvor β kaldes tidsskalafaktoren), således at beregningerne forløber indenfor et sådant tidsrum, at registrering af de variable spændinger kan foregå enten på en skriver eller på et oscilloskop. Angående programmeringen iøvrigt henvises til følgende eksempel.

Eksempel på programmering.

For at konkretisere de givne anvisninger på programmeringen skal der vises et eksempel.

Svingningsforløbet af et fysisk pendul beskrives af følgende ligning, jf. "H. Rahbek, Fysik 7. hæfte, Svingninger - Lydlære, PF 1961", side 6,

$$J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = -M g d \sin\theta \quad (17)$$

hvor J er legemets inertimoment om omdrejningsaksen, θ er vinkeludslaget fra ligevægtstilstanden, M er legemets masse, g er tyngdeaccelerationen, og d er afstanden mellem omdrejningsaksen og tyngdepunktet.

Udslagets størrelse som funktion af tiden ønskes bestemt under følgende antagelse

$$\begin{aligned} J &= 0,375 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ M &= 0,1 \text{ kg} \\ g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \\ d &= 0,05 \text{ m} \end{aligned}$$

Begyndelsesbetingelserne er

$$\theta(0) = 1,2 \text{ rad}$$

$$\frac{d\theta}{dt}(0) = 0 \text{ rad/sek}$$

Den analytiske løsning til dette problem kan findes, men løsningen involverer blandt andet elliptiske integraler.

Løses problemet med en analogregnemaskine, skal ligning (17) omskrives således, at man får et ligningssystem på standardformen. I ligning (17) indføres talværdierne for konstanterne, der samles på højre side af lighedstegnet

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -130,8 \sin\theta$$

Derefter indføres en hjælpevariabel

$$z = \frac{d\theta}{dt}$$

Det ses, at z i dette tilfælde rent fysisk er vinkelhastigheden. Ligningerne på standardformen bliver

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -130,8 \sin\theta \\ \frac{d\theta}{dt} &= z \end{aligned} \quad (18)$$

Begyndelsesværdierne for de variable er

$$\theta(0) = 1,2 \text{ rad}$$

$$z(0) = 0 \text{ rad/sek}$$

For at bestemme amplitudeskalafaktorerne må størsteværdierne for de variable kendes. Det største vinkeludslag er udslaget i startstillingen, fordi vinkelhastigheden her er 0, det vil sige

$$\theta_{\max} = \theta(0) = 1,2 \text{ rad}$$

Den største vinkelhastighed fås, når pendulet passerer den nederste stilling. z_{\max} findes ved hjælp af energisætningen, der anvendt på pendulet giver

$$\frac{1}{2} \cdot J \cdot z_{\max}^2 = d \cdot (1 - \cos\theta(0)) M \cdot g$$

Indsattes talværdierne findes

$$z_{\max} = 12,9 \text{ rad/sek}$$

Da ligning (18) indeholder et ikke-lineært led, må man ved opkoblingen benytte en funktionsgenerator, hvori funktionen $\sin\theta$ indstilles. Maksimalværdien af sinusfunktionen er 1.

Der skal derfor ialt bestemmes tre amplitudeskalafaktorer

$$\alpha_{\theta} \leq \frac{100}{1,2} = 83,3, \quad \alpha_{\theta} \text{ vælges til } 50 \text{ volt/rad}$$

$$\alpha_z \leq \frac{100}{12,9} = 7,75, \quad \alpha_z \text{ vælges til } 5 \text{ volt/rad/sek}$$

$$\alpha_f \leq \frac{100}{1} = 100, \quad \alpha_f \text{ vælges til } 100 \text{ volt}$$

Amplitudeskalafaktorer indsættes i ligningerne (18), og man finder

$$\frac{d[5z]}{d\tau} = \frac{5}{\beta} \left(-130,8 \frac{\left[100 \sin \frac{[50\theta]}{50} \right]}{100} \right),$$

$$\frac{d[50\theta]}{d\tau} = \frac{50}{\beta} \cdot \frac{[5z]}{5}$$

eller efter sammentrækning af talkonstanter

$$\frac{d[5z]}{d\tau} = - \frac{6,54}{\beta} \left[100 \sin \frac{[50\theta]}{50} \right]$$

$$\frac{d[50\theta]}{d\tau} = \frac{10}{\beta} [5z]$$

Tidsskalafaktoren skal nu vælges. Det ses, at værdien 10 er passende, da man dels opnår, at middeltallet af koefficienterne bliver ca. 1, og dels opnår, at den ene koefficient bliver 1, hvilket medfører, at man sparer et potentiometer ved opkoblingen.

Maskinligningerne bliver

$$\frac{d[5z]}{d\tau} = -0,654 \left[100 \sin \frac{[50\theta]}{50} \right]$$

$$\frac{d[50\theta]}{d\tau} = 1 \cdot [5z]$$
(19)

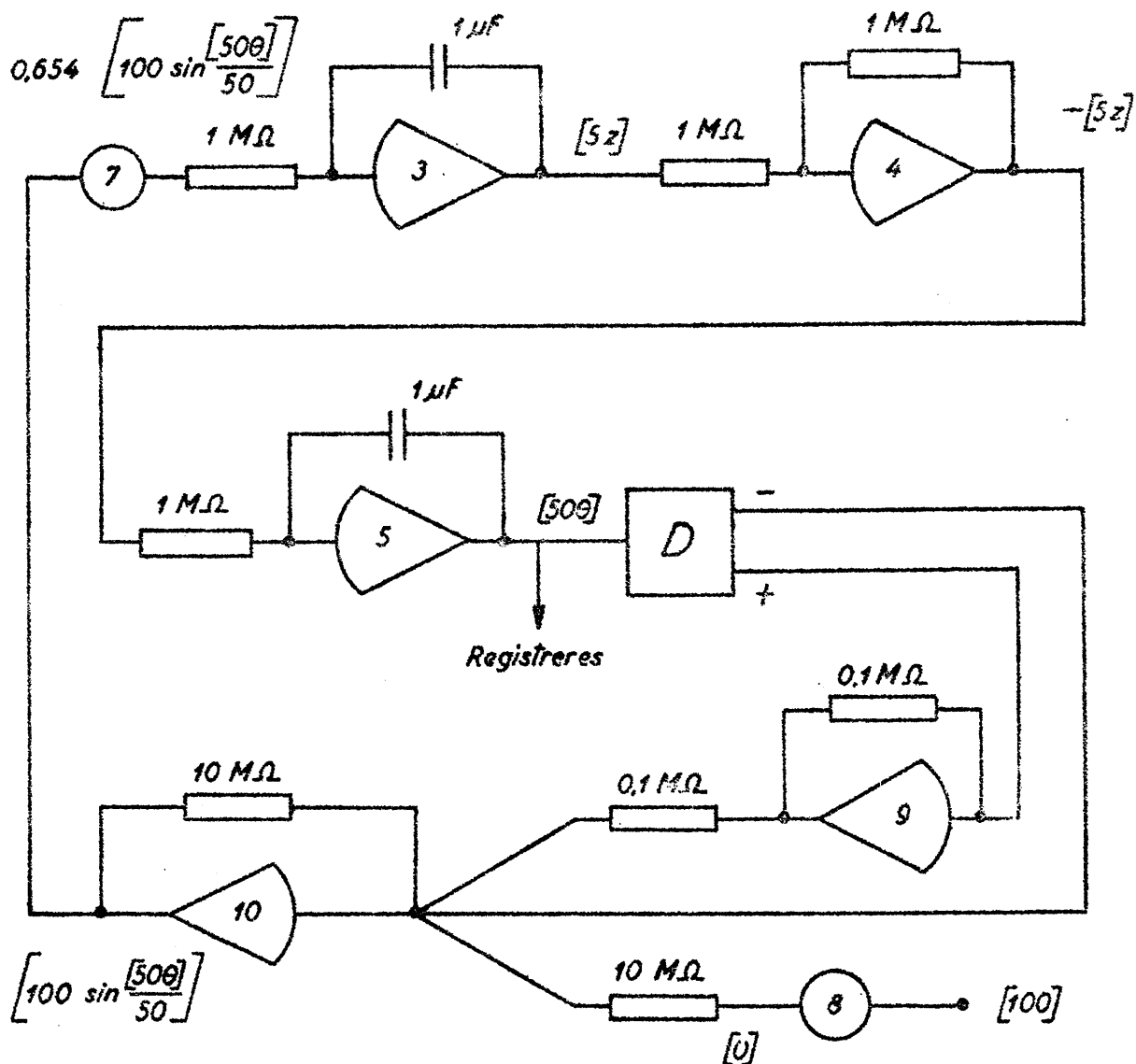
Af maskinligningerne fremgår, at der ved opkoblingen kun skal benyttes ét koefficientpotentiometer, og da koefficienten 0,654 er mindre end 1, er det ikke nødvendigt at multiplicere indgangsspændingen med nogen konstant faktor, det vil sige at den pågældende forstærkers indgang skal være 1.

Koblingsskemaet kan nu tegnes, som det er vist på figur 16. De anvendte komponenters numre er skrevet i symbolet, og til støtte for læseren er de i opkoblingen optrædende spændinger ligeledes anført. Potentiometerlisten er vist side 42, og man bemærker, at begyndelsesbetingelserne ligeledes er anført i denne.

Beregning

Når programmeringen er tilendebragt foretages opkoblingen af koblingsselementer på regnemaskinens koblingspanel i overensstemmelse med det tegnede koblingsskema. Koefficientpotentiometrene indstilles på de i potentiometerlisten anførte værdier, ligesom begyndelsesbetingelserne indstilles med de til dette formål indbyggede potentiometre. Under denne indstilling skal regnemaskinen være i "klar"-tilstanden, jf. afsnittet "Regneforstærkernes sammenbygning".

Sættes regnemaskinen i "kør"-tilstand vil den arbejde dynamisk, det vil sige at spændingerne, der repræsenterer de variable, vil variere med tiden. Efter beregningen sættes regnemaskinen atter i "klar"-tilstanden, hvorefter den er klar til en ny beregning.



Stelledning udeladt

Værdierne af koblingselementerne til forstærker 9 og 10 fastlægges under hensyn til diodekredsløbet.

Figur 16. Eksempel på programmering. Fysisk pendul.

*Erstatning af den gamle Regnemaskine
Aldersbestemt af den gamle 1. Skole 1944*

8. Analogregnemaskiner

De vigtigste grundelementer i en elektronisk analogregnemaskine omfatter regneelementer for følgende matematiske operationer:

1. Addition
2. Integration
3. Multiplikation med en konstant
4. Multiplikation med en variabel
5. Begrænsning af en variabel
6. Sammenligning mellem to variable størrelser
7. Tilnærmnet funktionsgenerering.

De variable findes som spændinger i maskinen, målt i volt i forhold til maskinens stel. Løsningen $y = Y(t)$ lægges på en oscillograf eller registreres på en skriver.

Ved nogle undersøgelser er det praktisk at lade regnemaskinen arbejde forholdsvis hurtigt, f.eks. således at løsningen repetitivt gennemløbes 3-10 gange per sekund. Løsningsmetode ved eksperimenterende undersøgelser, fordi virkningen af en ændring i opstillingen straks ses.

Ved andre undersøgelser kan det være mere praktisk at lade regnemaskinen arbejde forholdsvis langsomt, f.eks. med gennemløb af løsningen på 10-30 sek. Løsningen registreres da bedst på en x-y skriver.

Påvirkningsfunktionen fås enten fra en ydre spændingsgenerator eller genereres ved en kobling på selve analogregnemaskinen. Hvis påvirkningen er en springfunktion, kan man i stedet løse problemet ved at starte beregningerne med bestemt begyndelsesbetingelse, d.v.s. med bestemte begyndel-

sesspændinger på udgangen af integrationerne. Omvendt kan en begyndelsesbetingelse på en integrator simuleres ved addition af en springfunktion af samme størrelse (men med modsat fortegn) efter integratoren.

I de fleste analogregnemaskiner, herunder servolaboratoriets, er analogspændingerne øvre grænse 100 volt. I en del transistoriserede maskiner er de maksimale analogspændinger dog kun 10 volt, men udviklingen synes at vise, at man også for disses vedkommende er ved at gå over til 100 volt.

Grundlaget for regneelementerne i en elektronisk DC-analogregnemaskine er dels præcisionspotentiometre, dels operatorforstærkere, som er DC-forstærkere med stor forstærkning og stor indgangsimpedans. Store analogregnemaskiner har over 100 forstærkere og et lignende antal potentiometre.

Forstærkningen i operatorforstærkerne ligger for de fleste typeres vedkommende mellem 100 dB og 160 dB ved DC. Båndbredden varierer ligeledes en del. De hurtigste regnemaskiners båndbrede er flere MHz målt ved 0 dB forstærkning.

De kan arbejde med repetitionsfrekvenser på op til 100 Hz. Ved maskiner med ekstrem høj nøjagtighed og følgerlig høj forstærkning, er båndbredden ofte lavere end 100 kHz. Denne type af maskiner er som regel ikke udrustet til at kunne køre repetitivt.

Servolaboratoriets analogregnemaskiner har operatorforstærkere, som er balancerede rør-forstærkere uden chopperstabilisering. Forstærkningen er 105 dB ved DC, 3 dB-grænsefrekvensen er ca. 50 Hz og 0-dB-båndbredden ca. 300 kHz. Forstærkerne er i almindelighed i stand til at give løsninger ved repetitionsfrekvenser på 5-10 Hz. Forstærkerens lineæritetsområde er ±100 volt, og de kan belastes med maksimalt 30 mA. Støj og kortlids-drift holder sig under 1 mV.

8.1. Operatorforstærker og potentiometer som regnelementer

Når en operatorforstærker benyttes som regnelement, forsynes den med et passivt indgangsnetværk bestående af en række impedanser tilsluttet hver sin indgang samt en tilbagekoblingsimpedans, se fig. 8.1.1.

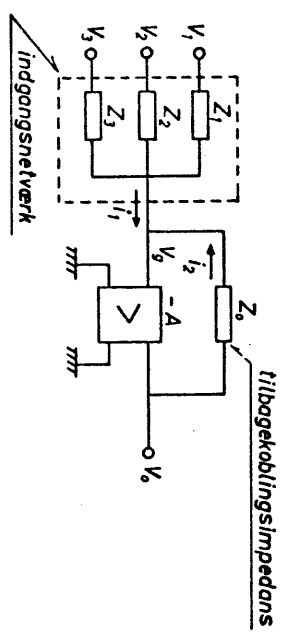


Fig. 8.1.1.

Alle spændinger regnes med stel som reference. Ved en tilnærmet beregning sætter vi forstærkerens indgangsimpedans lig \$\infty\$ og regner på grund af forstærkerens høje forstærkning gitterspændingen \$V_g = 0\$. Med figurens betegnelser finder vi da, idet \$i_1 + i_2 = 0\$:

$$V_1 \frac{V_2}{Z_1} + \frac{V_3}{Z_2} + \frac{V_0}{Z_0} = 0 \quad 8.1.1$$

$$V_0 = -\left(\frac{Z_0}{Z_1} V_1 + \frac{Z_0}{Z_2} V_2 + \frac{Z_0}{Z_3} V_3\right) \quad 8.1.2$$

Indsættes ohmske impedanser, \$R_1, R_2, R_3\$ og \$R_0\$, fås med modsat fortegn en summation af spændingerne \$V_1, V_2\$ og \$V_3\$ med vægtfaktorerne \$R_0/R_1, R_0/R_2\$ og \$R_0/R_3\$. Benyttes en kondensator som tilbagekoblingsimpedans og ohmske modstande i indgangsnetværket, fås:

$$V_0 = -\left(\frac{1}{sC_0 R_1} V_1 + \frac{1}{sC_0 R_2} V_2 + \frac{1}{sC_0 R_3} V_3\right) \quad 8.1.3$$

eller

$$V_0 = -\int_0^t \left[\frac{1}{C_0 R_1} V_1 + \frac{1}{C_0 R_2} V_2 + \frac{1}{C_0 R_3} V_3 \right] dt + V_{IC} \quad 8.1.4$$

hvor \$V_{IC}\$ (\$IC = \text{Initial Condition}\$) er begyndelsesspændingen over kondensatoren.

Det giver altså en fortegnsvending og en summation med separate vægtfaktorer af integralerne af indgangsspændingerne.

Begyndelsesudgangsspændingen \$V_{IC}\$ indføres i reglen ved hjælp af et hjælpe kredsløb med 2 relæer som vist i fig. 8.1.2.

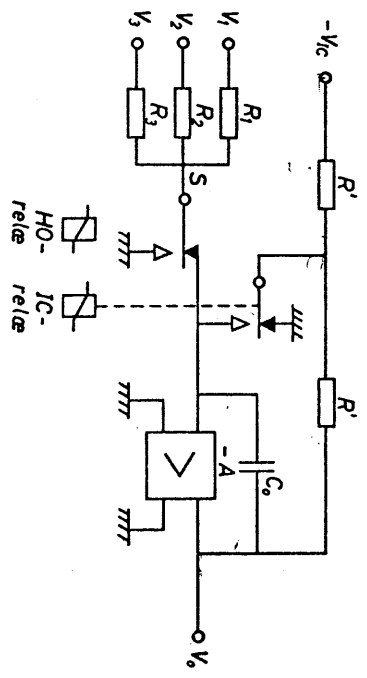


Fig. 8.1.2.

I den viste situation står forstærkerne i regnestilling, ofte betegnet som \$CO\$-stillingen (\$CO = \text{Compute}\$).

Hvis \$HO\$-relæet trækker og \$IC\$-relæet ikke trækker, står maskinen i \$HO\$-stilling (\$HO = \text{Hold}\$). Her er forstærkerens ikke stelforbundne indgangsklemme kun forbundet til kondensatoren. Da tidskonstanten dannet af \$C_0\$ og forstærkerens

Indgangsimpedans er stor, bevares udgangsspændingen V_o på den værdi, som den havde umiddelbart før HO-relæet blev trukket. I denne stilling udgør forstærkeren således en analog hukommelseenhed. Summationspunktet S er koblet til stel, hvilket medfører, at strømmene gennem indgangsmodstandene er de samme, som hvis HO-relæet ikke er trukket. Dette er nødvendigt af hensyn til indstillingen af de passive regneelementer, som ofte sættes foran indgangsnetværket.

Hvis begge relæer trækkes, er forstærkerens indgangskompleks koblet til stel, og et IC-netværk koblet til gitterpunktet. Vi har da, jfr. formel 8.1.2:

$$V_o = - \frac{R' \parallel \frac{1}{sC_o}}{R' + sR'C_o} (-V_{IC}) = \frac{V_{IC}}{1 + sR'C_o} \quad 8.1.5$$

I starttidspunktet fås således $V_o = V_{IC}$. Modstanden R' vælges passende lille, således at indspændingen af begyndelsesspændingen er kortvarig i forhold til de normale løsningsstider.

Ved at benytte højere ordens passive netværk i operatorforstærkerens indgangs- og tilbagekoblingsnetværk er det muligt at frembringe komplicerede overføringsfunktioner mellem indgangsspændingerne og udgangsspændingen. Dette benyttes en del ved fast opkoblede regneelementer i specialregnemaskiner, men af hensyn til flexibiliteten og den lethed, hvormed man bør kunne programmere og opsætte forstærkerkoblingerne, benytter man i analogregnemaskiner til generelle formål kun summationskoblinger, integrerende koblinger og de specielle, ulineære koblinger, som omtales senere i dette afsnit. Der benyttes kun undtagelsesvis differentierende koblinger, som teoretisk opnås ved en ohmsk modstand i tilbagekoblingen og en kondensator i indgangsnetværket, da sådanne koblinger er vanskelige at anvende i praksis, fordi de virker støjforstærkende.

Som regneelementer for multiplikation med en positiv konstant ≤ 1 benyttes potentiometre. Ved de fleste anvendelser stelforbinder den ene ende af potentiometret. Den anden ende af potentiometret tilføres indgangsspændingen V_1 , og på armen udtages en spænding V_o , som er en indstillelig brøkdel ≤ 1 af indgangsspændingen.

Multiplikatorer til analog multiplikation af 2 variable findes i mange forskellige versioner. En meget anvendt type er servomultiplikatoren, som indeholder en servomekanisme, der drejer armen på et potentiometer. Påtrykkes potentiometrets to endepunkter spændingerne V_1 og $-V_1$, og indstiller servomekanismen potentiometerarmen vinklen θ ud fra potentiometrets midte, vil spændingen på potentiometerarmen være:

$$V_o = V_1 \frac{\theta}{\theta_{\max}} \quad 8.1.6$$

Idet vinkel drejningen θ er proportional med servomekanismens indgangssignal V_2 :

$$\theta = \frac{\theta_{\max}}{V_{\text{ref}}} V_2 \quad 8.1.7$$

får man udført multiplikationen:

$$V_o = \frac{V_1 V_2}{V_{\text{ref}}} = \frac{V_1 V_2}{100} \text{ volt} \quad 8.1.8$$

Et andet princip er den elektroniske diodemultiplikator. Grundelementet i denne er en forstærker, hvis tilbagekoblingsimpedans R_o er ohmsk, og hvis indgangsimpedans ved hjælp af et diodenetværk varierer med spændingen V_1 , således at indgangsstrømmen bliver:

$$I_1 = \frac{1}{R_o V_{\text{ref}}} V_2 \quad 8.1.9$$

Da strømmen i tilbagekoblingsmodstanden er:

$$I_2 = \frac{V_0}{R_0}$$

8.1.10

fås følgende en kvadrering:

$$V_0 = -\frac{1}{V_{ref}} V_1^2$$

8.1.11

Når spændingerne V_1 og V_2 skal multipliceres, bruges form-
len:

$$\frac{V_1 V_2}{V_{ref}} = \frac{1}{4V_{ref}} ((V_1 + V_2)^2 - (V_1 - V_2)^2)$$

8.1.12

Hvorefter man ved kvadrering og summation af spændingerne V_1 , $-V_1$, V_2 og $-V_2$ danner det ønskede produkt. Faktoren $1/V_{ref} = 1/100$ er indført for at opnå, at produktet antager værdien 100 V når både V_1 og V_2 er 100 volt.

Variationsområdet af en forstærkers udgangsspænding be-
grænses med en begrænserkobling som vist i fig. 8.1.3.

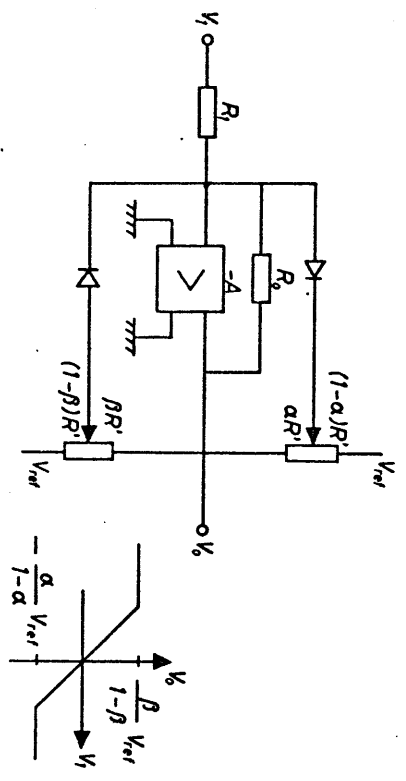


Fig. 8.1.3.

Hvis spændingerne på de to potentiometres arme er henholdsvis $\alpha V_{ref} + (1-\alpha)V_0$ og $-\beta V_{ref} + (1-\beta)V_0$, vil begge dioderne spærre i spændingsintervallet:

$$-\frac{\alpha}{1-\alpha} V_{ref} \leq V_0 \leq \frac{\beta}{1-\beta} V_{ref}$$

De to spændinger forefindes som stabiliserede spændinger i maskinen. De er lig med forstærkerens udstyringsgrænser, i en 100 volt maskine er $V_{ref} = 100$ V og $-V_{ref} = -100$ V.

Går indgangsspændingen V_1 ud over en af grænserne, vil en af dioderne åbne og tilbagekoblingsmodstanden R_0 bliver shuntet af den åbne diode i serie med indgangsimpedansen af det tilsvarende potentiometer. Da modstanden i denne shunt er lille i forhold til R_1 , holdes V_0 med tilnærmelse konstant.

De resterende væsentlige typer af regneelementer anføres i den efterfølgende tabel, der giver en samlet oversigt over alle de væsentlige typer af regnelementer. Tillige er vedføjet de symboler, som man sædvanligvis benytter ved tegning af koblingsskemaer for analogregnemaskiner. Bemærk, at man kun tegner de "frie" ender af operatorforstærkerterminalningerne, idet det er underforstået, at disse spændingsniveauer tænkes målt i forhold til maskinens neutrale stel.

Tabel 8.1.1

Regnelement	Symbol	Forklaring/Diagram
1. Åben forstærker		 Operatorforstærker uden indgangs- og tilbagekoblingsnetværk.
2. Fortegnsvender (Inverter)		 $V_0 = -V_1$
3. Summationsforstærker		 $V_0 = -(V_1 + 2V_2 + 10V_3)$ Kan også benyttes som forleghsvender.
4. Integrationsforstærker		 $V_0 = -\int(V_1 + 2V_2 + 10V_3) dt + V_{0c}$ $RC = 1 \text{ sek.}$ Forenklet diagram, se teksten
5. Begrænsende forstærker		Diagram, se fig. 3.3. $V_0 = -(V_1 + 2V_2 + 10V_3)$ under betingelsen $V_n \leq V_0 \leq V_\theta$ hvor $V_n \leq 0$ $V_\theta \geq 0$

Tabel 8.1.1

Regnelement	Symbol	Forklaring/Diagram
6. Elektronsk funktionsgenerator		$V_0 = f(V_1)$ hvor $f(V_1)$ er en inden for visse grænser vilkårlig funktion.
7. Elektronsk multiplikator		 $V_0 = -\frac{1}{4V_{ref}} [(V_1 + V_2)^2 - (V_1 - V_2)^2]$ $= -\frac{1}{V_{ref}} V_1 V_2$
8. Potentiometer (med fast stelfordindelse)		 $V_0 = \alpha V_1$ $0 \leq \alpha \leq 1$
9. Potentiometer (uden stelfordindelse)		 $V_0 = \alpha V_1 + (1-\alpha) V_2$
10. Servomultiplikator		----- mekanisk forbindelse $V_0 = \frac{1}{V_{ref}} V_1 V_2$
11. Komparator		For $V_1 + V_2 > 0$ er A sluttet til A+ B " " " " til B+ For $V_1 + V_2 < 0$ er A sluttet til A- B " " " " til B-

8.2. Opbygning af et koblingsskema

Det viser sig at være umuligt at angive en bestemt regulær metode, der altid kan følges ved udvikling af et koblingsskema. Resultatet af en analogregnemaskine undersøgelse vil ikke blive det bedst mulige, hvis ikke opkoblingen og udnyttelsen af opkoblingen er gennemført med en sikker forståelse af det foreliggende problem og en god fornemmelse af analogregnemaskinens muligheder.

De ligninger, der skal simuleres og undersøges, fremkommer ved formulering af en matematisk model af et teknisk system. I begyndelsesfasen arbejder man med et forholdsvis stort antal interne variable, som er indbyrdes forbundet ved algebraiske ligninger og 1. ordens differentialligninger. Hertil svarer et detaljeret blokdiagram, som sammensættes af forholdsvis mange summations- og afregningspunkter samt blokke med 1. ordens operatorer. Det er først ved elimineringen af en del af de interne variable - og den hertil svarende samling af større dele af blokdiagrammet i færre blokke - der fremkommer operatorer af højere orden.

Det vil næsten altid være anbefalelsesværdigt at udvikle koblingsskemaet på basis af enten det helt detaljerede blokdiagram eller i hvert fald en let sammentrukket form, hvor operatoren i en enkelt blok kun undtagesvis er af mere end 2. orden.

Men eftersom det nu og da er nødvendigt at kunne danne et koblingsskema for en differentialligning af højere orden, og det i hvert fald er nødvendigt at kende forskellige muligheder for opkobling af 1. og 2. ordens differentialligninger gennemgås nogle metoder i det følgende.

I. Den kanoniske metode

Med anvendelse af differentialoperatoren $p = \frac{d}{dt}$ kan en n. ordens differentialligning skrives:

$$p^n y + a_{n-1} p^{n-1} y + \dots + a_0 y = b_m p^m x + \dots + b_0 x \quad 8.2.1$$

hvor $m \leq n$.

For overskuelighedens skyld illustreres metoden ved 2. ordens ligningen:

$$(p^2 + a_1 p + a_0) y = (b_1 p + b_0) x \quad 8.2.2$$

Løses 8.2.2 med hensyn til $p^2 y$ fås:

$$p^2 y = (b_1 p + b_0) x - (a_1 p + a_0) y \quad 8.2.3$$

De afledede af samme orden i x og y samles:

$$p^2 y = p(b_1 x - a_1 y) + (b_0 x - a_0 y) \quad 8.2.4$$

Denne ligning integreres to gange:

$$y = \frac{1}{p} [(b_1 x - a_1 y) + \frac{1}{p} (b_0 x - a_0 y)] \quad 8.2.5$$

Der skal bruges to integratorer, en med indgangssignalet:

$$b_0 x - a_0 y \quad 8.2.6$$

og en med indgangssignalet:

$$-(b_1 x - a_1 y) - \frac{1}{p} (b_0 x - a_0 y) \quad 8.2.7$$

som vist i fig. 8.2.1. Idet indgangssignalet x antages at forefindes som en spændingsfunktion i maskinen, kan koblingsskemaet umiddelbart tegnes færdigt, se fig. 8.2.2.

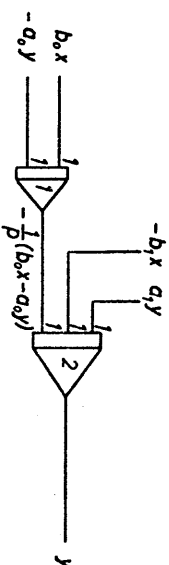


Fig. 8.2.1.

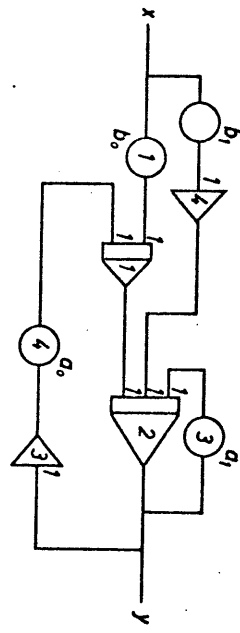


Fig. 8.2.2.

Omskrivningerne fra 8.2.3 til 8.2.5 gælder kun, hvis alle ligningens koefficienter er konstanter.

I fig. 8.2.3 er vist et koblingsskema for et 4. ordens system med $m = n = 4$ og $a_4 = 1$. Skemaet er dog knap nok komplet, idet der må indsettes fortegnsvendere flere steder; hvor mange fortegnsvendere der skal til, afhænger af fortegnene på a og b koefficienterne. Hvis f.eks. karakterligningen har alle sine rødder i venstre halvplan, så er alle a'erne positive, og så skal der fortegnsvendere i tilbageløbskoblingsløjerne med a_1 og a_3 .

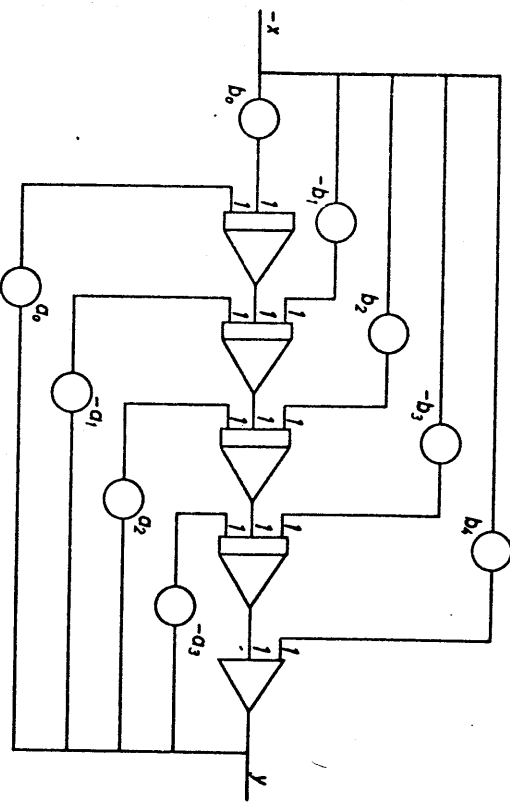


Fig. 8.2.3.

II. Den generelle metode

Denne metode minder meget om den kanoniske metode. Der er blot den forskel, at man undlader at integrere differentialligningen.

Vi ser først på en ligning, hvor højre side kun har ledet $b_0 x$, og for overskuelighedens skyld vælges en 2. ordens ligning:

$$p^2 y + a_1 p y + a_0 y = b_0 x \tag{8.2.8}$$

Ligningen løses med hensyn til $p^2 y$:

$$p^2 y = b_0 x - a_0 y - a_1 p y \tag{8.2.9}$$

Tænker man sig, at $p^2 y$ forefindes, kan $p y$ og y dannes ved hjælp af to integratorer, se fig. 8.2.4.



Fig. 8.2.4.

Ved hjælp af en summerator dannes summen $b_0 x - a_1 p y - a_0 y$, og vi får koblingsskemaet i fig. 8.2.5.

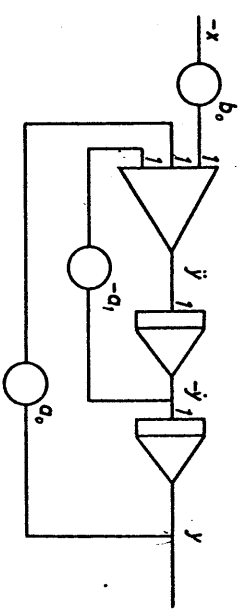


Fig. 8.2.5.

Hvis man ikke har brug for at kende $p^2 y$ kan koblingskemaet reduceres lidt (og der kan i dette eksempel spares en forstærker) ved at foretage summationen i integratorforstærkeren, se fig. 8.2.6.

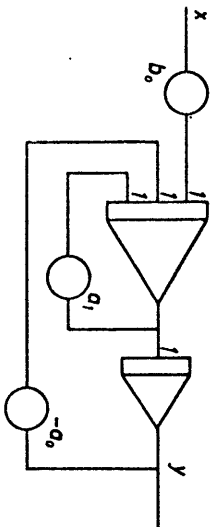


Fig. 8.2.6.

Det tilrådes altid at summere på integratorerne, hvis man ikke netop har brug for at kende integratorens indgangssignal, dels for at spare regneelementer, dels fordi det bliver lettere at gennemføre skaleringen af koblingskemaet. Fig. 8.2.5 er stiltende tegnet under forudsætning af, at b_0, a_1 og a_0 er konstanter, men det er ikke en nødvendig forudsætning. Koefficienterne må gerne være funktioner af x, y eller t - hvis man ellers har mulighed for at simulere de fornødne sammenhænge. I den forstand er denne metode mere generel end den kanoniske metode.

Hvis differentialligningens højre side har en form som i 8.2.1, vil man have svært ved, ud fra den givne x -funktion at danne hele højre side, fordi man ikke kan differentiere tilfredsstillende. Det vil være at foretrække at finde et koblingskema, hvor kun x -funktionen bruges som påvirkningsfunktion.

Det er imidlertid kun muligt, hvis alle ligningens koefficienter er konstante. Efter denne indskrænkning kan ligningen Laplacetransformeres og løses med hensyn til y :

$$y = \frac{b_0}{A(s)} x + \frac{b_1 s}{A(s)} x + \dots + \frac{b_m s^m}{A(s)} x \quad 8.2.10$$

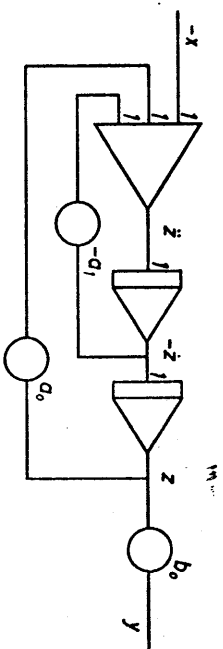


Fig. 8.2.7.

Heraf kan y bestemmes ved superposition af løsningerne for hvert enkelt led på højre side. Dannelsingen for det første led frembringes af koblingskemaet i fig. 8.2.5. Men da b_0 nu er en konstant, kan multiplikationen flyttes hen efter den sidste tilbagekobling, se fig. 8.2.7.

I fig. 8.2.7 er z dannelsingen for $b_0 = 1, z = x/A(s)$. Dannelsingen for det k 'te led:

$$\frac{b_k s^k}{A(s)} x = b_k s^k \frac{x}{A(s)} = b_k s^k z \quad 8.2.11$$

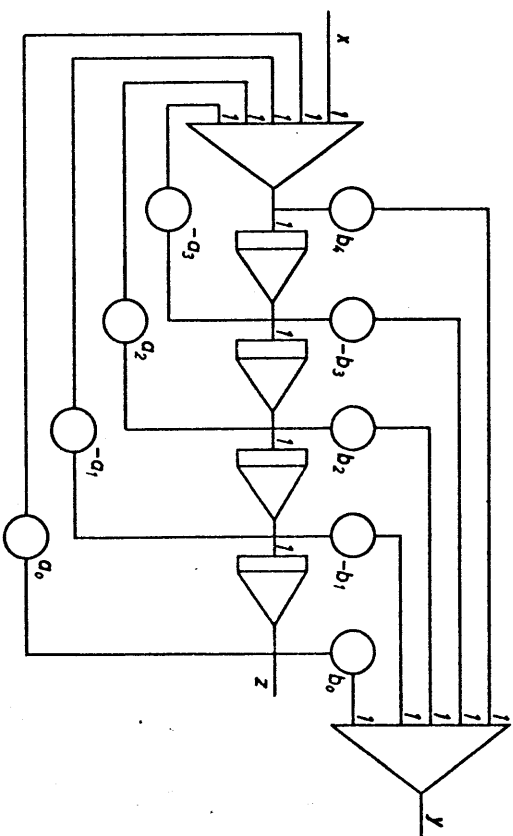


Fig. 8.2.8.

fås følgende som b_k gange den k 'te afledede af z , der findes i opættningen k integratorer forud for z .

Eksempelvis fås for $m = n = 4$ og $a_4 = 1$ efter denne metode koblingsskemaet i fig. 8.2.8, hvori der dog ligesom i fig. 8.2.3 må indsættes fortegnsvendere forskellige steder.

Hertil kommer eventuelt indføjelser af begyndelsesbetingelser, som vi for overskuelighedens skyld har set bort fra i dette afsnit.

III. Udvikling af operatoren i delbrøker

I praksis har man som nævnt i indledningen til dette afsnit som regel et ret detaljeret blokdiagram som udgangspunkt ved udvikling af koblingsskemaet. En væsentlig del af arbejdet består da blot i at omforme hovedstrukturen af blokdiagrammet til et koblingsskema, hvorefter der kun mangler at finde et passende koblingsskema for differentiaalligninger af lav orden hist og her i blokdiagrammet.

Man kan principielt altid benytte en af de to foranstalte metoder hertil, men det viser sig, at man undertiden får et bedre skema ved at gå mindre regelret til værks i de i praksis meget hyppige tilfælde, hvor disse differentiaalligninger for mindre dele af systemet har lineære differentiaalligninger med konstante koefficienter.

Andre muligheder kan man f.eks. få frem ved at dele operatoren i en sum af brøker. Det blev allerede benyttet under den generelle metode, for at komme frem til koblingsskemaet i fig. 8.2.8. Det viser sig imidlertid at være nyttigt at se væsentligt friere på det, og det er faktisk et punkt, hvor der er brug for en vis intuition.

Men da det ikke er så regelret en fremgangsmåde som de to først omtalte metoder, illustreres det bedst ved et eksempel i næste afsnit.

8.3. Eksempler på koblingsskemaer, standardkoblinger

Eks. 1: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+Ts}$

differentiaalligning: $\dot{y} + \frac{1}{T}y = \frac{1}{T}x$

begyndelsesbetingelser: $y(0) = y_0$

Alle metoder fører til det samme skema, når unødvendige summeratorer og fortegnsvendere er elimineret:

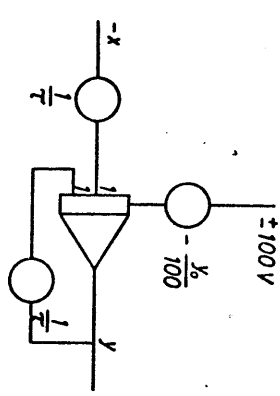


Fig. 8.3.1.

Eks. 2: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_1 s}{1+Ts}$

differentiaalligning: $\dot{y} + \frac{1}{T}y = \frac{b_1}{T}x$

begyndelsesbetingelser: $y(0) = y_0$ $x(0) = x_0$

Alle metoder fører til det samme skema:

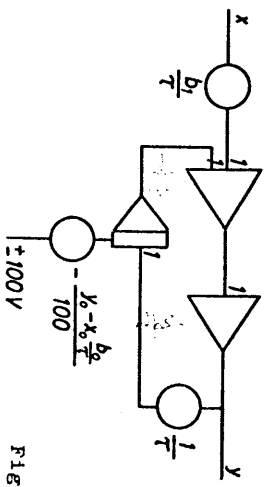


Fig. 8.3.2.

$\dot{y} = -\frac{1}{T}y + \frac{b_1}{T}x$

Eks. 3: $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1+b_1s}{1+\tau s}$

8.3.3 } differentialligning: $y + \frac{1}{\tau}y = \frac{1}{\tau}x + \frac{b_1}{\tau}x$

begyndelsesbetingelser: $y(0) = y_0$ $x(0) = x_0$

Efter indsætning af fortegnsvendere og mindre modifikationer fås ved anvendelse af henholdsvis den generelle og den kanoniske metode koblingsskemaerne i fig. 8.3.3 og fig. 8.3.4.

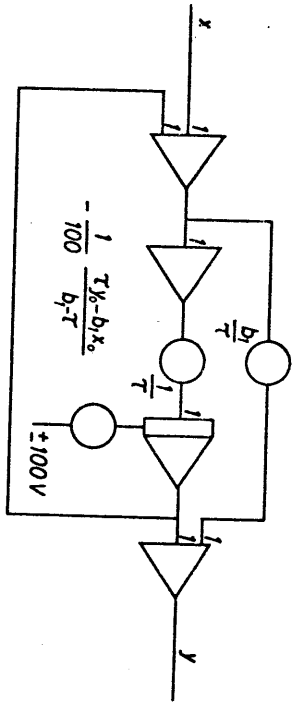


Fig. 8.3.3.

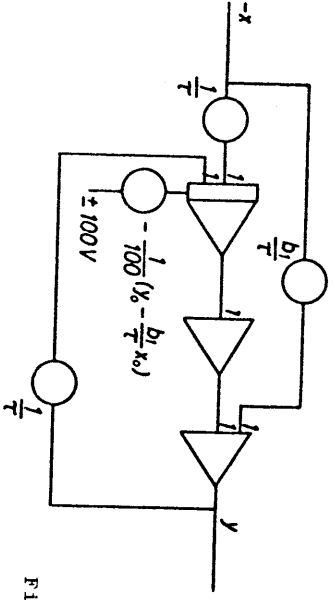


Fig. 8.3.4.

Ehvert blokskema kan imidlertid gives forskellige former, ved omflytning af forstærkere og potentiometre, f.eks. kan man i fig. 8.3.4 ombytte integrator og inverter og derefter erstatte inverteren med en summatør. Fig. 8.3.4 er ækvivalent med fig. 8.3.5, som indeholder det samme antal forstærkere, men kun har et potentiometer med indstillingen

1/τ. Til gengæld har man i fig. 8.3.5 en variabel mere at passe på ved skaleringen.

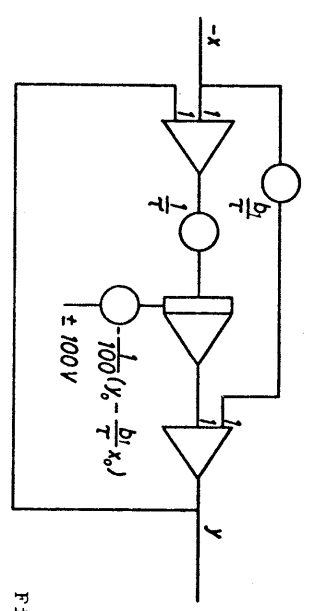


Fig. 8.3.5.

I dette tilfælde kan vi få en tredje form frem ved en delbrøksudvikling:

$$\frac{1+b_1s}{1+\tau s} = \frac{b_1}{\tau} + \frac{\tau-b_1}{\tau} \frac{1}{1+\tau s}$$

8.3.4

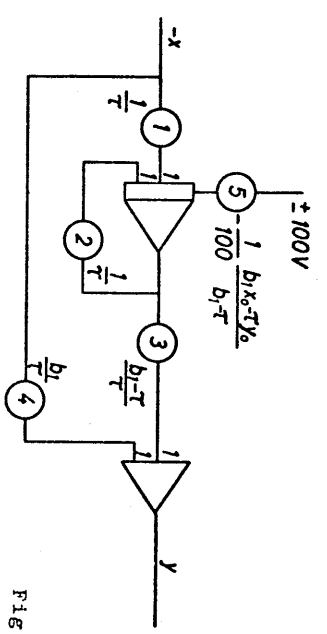


Fig. 8.3.6.

som realiseres ved koblingsskemaet i fig. 8.3.6. Hvis $(b_1 - \tau) / \tau < 0$, må der før eller efter potentiometer 3 indsættes en fortegnsvender. Såfremt $b_1 > \tau$, hvilket svarer til, at operatoren repræsenterer et stabiliserende differentierende netværk, fås et koblingsskema med kun to forstærkere. Det er vanskeligt generelt at anbefale et koblingsskema frem for et andet. Det aflanger dels af de faktiske værdier af konstanterne, dels af, hvad slags udstyr man har

mest af til rådighed og dels af hvilke parametre eller hvilket forhold imellem parametrene, der eventuelt skal varieres under eksperimenterne ved opstillingen. Endelig bliver skaleringen simpere jo færre integratorer og summerer, der findes i koblingsskemaet, hvorimod fortegensvendere ikke giver skaleringproblemer.

Eks. 4:
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}{1 + 2\zeta \frac{s}{\omega} + \frac{s^2}{\omega^2}}$$

differentialligning:
$$\ddot{y} + 2\zeta\omega\dot{y} + \omega^2 y = b_0 \omega^2 x + b_1 \omega^2 \dot{x} + b_2 \omega^2 \ddot{x}$$

begyndelsesbetingelser: $y(0) = y_0 \quad \dot{y}(0) = \dot{y}_0$
 $x(0) = x_0 \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0$

8.3.5

Der er i dette tilfælde så mange variationsmuligheder, at det vil føre alt for vidt at behandle det nogenlunde udførligt. Det er for så vidt ligetil at udvikle koblingsskemaer efter den kanoniske eller den generelle metode eller måske ved en speciel delbrøksudvikling, men hver af disse har mange varianter, som det kun er muligt at vurdere i en konkret situation.

Det vil nok være ret sjældent, at alle tre led forefindes i tælleren, og begyndelsesbetingelsen for x vil nok også som regel være nul.

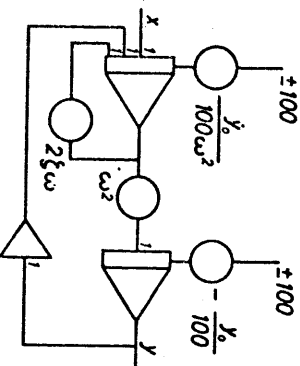


Fig. 8.3.7.

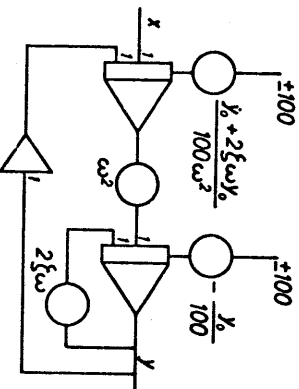


Fig. 8.3.8.

Der skal kun her angives et koblingsskema for det enkleste tilfælde med $b_1 = b_2 = 0$ og $b_0 = 1$. Ved anvendelse af henholdsvis den generelle og den kanoniske metode, og efter visse omformninger, findes koblingsskemaerne i henholdsvis fig. 8.3.7 og 8.3.8.

8.4. Amplitudeskalering

I det hidtil gennemgåede har vi ikke berørt valget af skalarforholdet mellem regnemaskinespændingerne og de hermed analoge, afhængige variable i problemet.

Ved enhver modelmetode må man imidlertid tage hensyn til variationsområdet for modellens variable. Ved de fleste analogregnemaskiner på rør-basis er den numerisk øvre grænse for spændingerne 100 volt. På grund af støjen og driften i forstærkerne får man den bedste nøjagtighed, dersom man i rimelig grad udnytter dette udstyrsområde overalt i den opbyggede model.

Amplitudeskalafaktorerne defineres som konstanter, der multipliceret med de respektive variable i problemet, transformerer disse til maskinvariable, d.v.s. spændinger på regnemaskinen, målt i volt. At en variabel er en maskinvariable angives ofte med en kantet parentes.

Hvis α_x er amplitudeskalafaktoren for en variabel x i problemet, bliver den tilhørende maskinvariabel $[\alpha_x x]$, d. v.s.

$$\alpha_x = \frac{[\alpha_x x]}{x} \quad \frac{\text{volt}}{\text{fysisk enhed}} \quad 8.4.1$$

eller amplitudeskalafaktoren = $\frac{\text{maskinvariabel, målt i volt}}{\text{problemvariabel}}$

Dersom den maksimale værdi af x er x_{max} , bliver den maksimale amplitudeskalafaktor

$$\max(\alpha_x) = \frac{100}{x_{\text{max}}} \quad 8.4.2$$

for en 100 volts maskine.

For at kunne vælge amplitudeskalafaktoren må man således kende variationsområdet for de variable. Dette dilemma: At kende løsningsens størrelsesorden før man har fuldført beregningerne, er den største vanskelighed ved programmering af analogregnemaskiner. Der findes ingen generel metode, som man altid kan gribe til.

Problemet er lettest løst, hvis man kender de variables størrelsesorden ud fra et praktisk kendskab til systemet.

Hvis opgaven består i løsning af et ligningssystem med variable, man ikke kender størrelsesordenen af, er problemet vanskeliggere. Her er det en fordel, hvis man kan om-danne systemet således, at det i videst muligt omfang kan simuleres med standardkoblingerne beskrevet i afsnit 8.3, da disse opførelser er lettere at overse end et skema med mange sløjfer, som overlapper hinanden. I en simulering opbygget af standardoverføringsfunktioner, kan man ofte ved at betragte koblingsstrukturen samt forstærkningerne og håndbredden af overføringsfunktionerne danne sig et skøn over de variables maksimalverdier.

I andre tilfælde må man simpelthen vælge skalafaktorer ud fra gætning. Herefter foretages en prøvekørsel på analogregnemaskinen. På basis af denne vælges nye skalafaktorer og så fremdeles. Denne metode synes besværlig, men er i virkeligheden ofte den mest effektive, da regnemaskinens kobling er hurtig og let at ændre.

Det amplitudeskalierende koblingsskema kontrolleres let ved hjælp af reglen om konstant sløjfeforstærkning. Denne regel siger, at samtlige sløjfeforstærkninger i et flersløjfet blokdiagram, der kun indeholder lineære differensialoperatorer med konstante koefficienter, efter enhver ændring skal være de samme som før ændringen.

Undertiden benyttes denne regel direkte til at skalere efter, idét man simpelthen fordeler den totale sløjfeforstærkning i hver sløjfe med nogenlunde lige store forstærkningsfaktorer i de enkelte delkredsløb: Integrerende led, tidskonstantled, andenordested o.s.v.

I det følgende gennemgås to eksempler på amplitudeskalering. I eksempel 1 antages de fysiske maksimalverdier kendt. I eksempel 2 benyttes metoden med fordeling af den totale sløjfeforstærkning.

Eksempel 1. Amplitudeskalering efter den generelle metode

Lad os igen betragte differentiaalligningen:

$$\ddot{y} + ay + by = x$$

8.4.3

hvor a og b er konstanter.

Lad os endvidere antage, at funktionen $x = x(t)$ er et spring x_0 til tiden $t = 0$. Problemet er da ækvivalent med ligningen

$$\ddot{y} + ay + by = 0$$

8.4.4

med begyndelsesbetingelsen:

$$y_0 = \frac{x_0}{b}$$

8.4.5

Der er 3 maskinvariable \ddot{y} , \dot{y} og y , som skal skaleres. Lad os vælge amplitudeskalafaktorerne ud fra de variables maksimale værdier, som antages kendte:

Skalafaktor

$$\alpha = \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \dot{y} \\ y \end{bmatrix}$$

8.4.6

$$\max(\ddot{y}) = 50 \quad \alpha_{\ddot{y}} = 2$$

$$\max(\dot{y}) = 10 \quad \alpha_{\dot{y}} = 10$$

$$\max(y) = 1 \quad \alpha_y = 100$$

Ligningen omformes til den skalerede ligning:

$$\frac{1}{100} [100\ddot{y}] + \frac{a}{10} [10\dot{y}] + \frac{b}{2} [2y] = 0 \quad 8.4.7$$

Begyndelsesspændingen for y_0 skal amplitudeskaleres ligesom y , og den fås ved en spændingsdeling fra reference-spændingen 100 volt:

$$\left[\begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{matrix} \right] \cdot \frac{1}{s} = K \cdot \frac{x_0}{s} [10a]$$

$$2y_0 = \frac{x_0}{50b} [100]$$

8.4.8

hvoraf følger, at de 100 volt (=maskinvariablen [100]) skal spændingsdeles med forholdet $x_0/50b$.

Ved den generelle metode finder vi nu koblingsskemaet for den skalerede ligning, se fig. 8.4.1.

Trin 1:

$$[100\ddot{y}] = -10a [10\dot{y}] - 50b [2y]$$

8.4.9

Trin 2:

Der etableres en kæde af integratorer, som ud fra indgangssignalet [100 \ddot{y}] danner [10 \dot{y}] og [2 y]. Da skalafaktorerne er forskellige for de 3 variable, må der indføres en multiplikation med konstanten:

$$\alpha_1 \cdot \frac{10}{y} = \frac{10}{100} = 0.1$$

8.4.10

foran 1. integrator og

$$\alpha_2 \cdot \frac{y}{y} = \frac{2}{10} = 0.2$$

8.4.11

foran 2. integrator. Denne tilføres desuden begyndelses-spændingen som omtalt ovenfor.

Trin 3:

Signalet [100 \ddot{y}] dannes ud fra ligning 8.4.9 ved hjælp af en summationsforstærker.

Af fig. 8.4.1 ser man, at sløjfeforstærkningen i de to sløjfer er:

$$\text{Sløjfe A: } 0.1 \cdot \frac{1}{s} \cdot 10a = \frac{a}{s}$$

8.4.12

$$\text{Sløjfe B: } 0.1 \cdot \frac{1}{s} \cdot 0.2 \cdot \frac{1}{s} \cdot 50b = \frac{b}{2s}$$

8.4.13

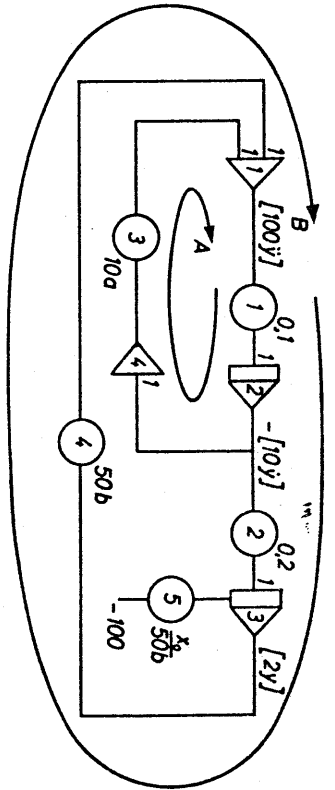


Fig. 8.4.1.

Eksempel 2. Amplitudeskalering ved fordeling af forstærkningsfaktorerne

Blokdiagrammet for et servosystem bestående af 2 tidskonstantled og et integrerende led er vist i fig. 8.4.2.

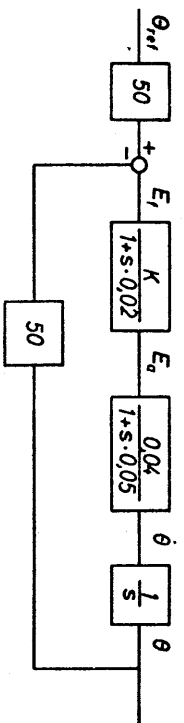


Fig. 8.4.2.

Størrelserne θ_{ref} , θ og $\dot{\theta}$ er henholdsvis servomekanisms referencvinkel, dens vinkelposition samt vinkelhastigheden, målt i henholdsvis radianer og radianer pr. sek. E_f og E_a er henholdsvis systemets fejlspænding og servomotorens ankerspænding målt i volt.

Et simpelt overslag over stabilitetsforholdene i servosystemet viser, at forstærkningsfaktoren K bør være lidt mindre end 10 gange. Opgaven lyder på at undersøge springresponsen og finde en passende værdi af K.

Hvis vi skalerer θ som $[50 \theta]$, bliver faktoren i tilbagekoblingen 1, og integrationskonstanten 50 i den tredje blok i fremadføringen. Blokdiagrammet med disse ændringer er vist i fig. 8.4.3.

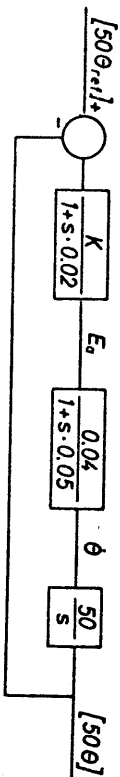


Fig. 8.4.3.

Da den samlede åben sløjfeforstærkning med $K = 10$ bliver 20 gange, bliver der 2 á 3 ganges forstærkning til fordeling på hver af de tre blokke. Da signalet på de forreste blokke har det bredeste frekvensspektrum, vil det dog være rimeligt at vælge blokkenes forstærkninger således, at de er stigende hen imod systemets udgang.

Hvis vi skalerer E_a med faktoren 0.2 bliver første bloks forstærkning 0.2 K, d.v.s. maksimalt 2 gange. Forstærkningen i blok nr. 2 skal herved ændres til $0.04/0.2 = 0.2$ gange.

Hvis vi herefter skalerer θ med faktoren 10, bliver forstærkningen i blok nr. 2 nu 2 gange, og forstærkningen i blok nr. 3 5 gange. Det resulterende, skalerede blokdiagram er vist i fig. 8.4.4.

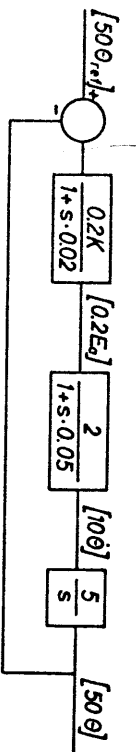


Fig. 8.4.4.

Der anvendes standardkoblingsskemaer for de to tidskonstantled, samt en integrator med begyndelsesspændingen:

$$50 \theta_{ref} = 0,5 \theta_{ref} [100]$$

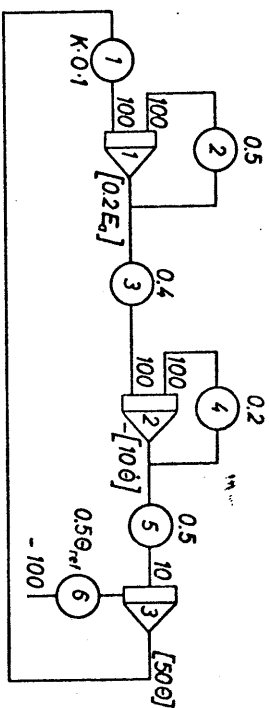


Fig. 8.4.5.

Hele koblingsskemaet ses i fig. 8.4.5.

Måling på analogregnemaskinen for $\theta_{ref} = 1$ radian, og $K = 8$ giver på forstærkerne 1, 2 og 3 henholdsvis maksimalspændingerne 70 volt, 95 volt og 65 volt, se fig. 8.4.6. Skaleringen er således meget rimelig.

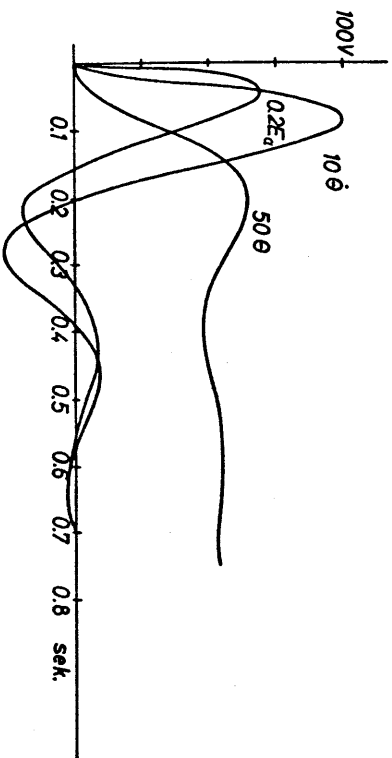


Fig. 8.4.6.

8.5. Tidsskalering

Tidsskalering er en skalering af problemets uafhængige variabler, som i regnemaskinemodellen altid er tiden, den såkaldte maskintid T , der måles i sekunder.

Problemet's uafhængige variabel, som meget ofte er systemets 'virkelige tid', t , skaleres med tidskalafaktoren β :

$$T = \beta t$$

8.5.1

$\beta = 1$ vil svare til en simulering i naturlig tidskala, $\beta < 1$ svarer til en simulering i hurtigere tidskala og $\beta > 1$ svarer til en simulering i langsommere tidskala.

Hvis simuleringen indeholder en integration:

$$y(t) = K \int_0^t x(t)dt + y_0 \quad 8.5.2$$

så skal funktionen $x(t)$ efter tidskaleringen frembringes i den nye tidskala som $x(T)$, og integrationen skal løbe fra 0 til T i stedet for fra 0 til t . Tidsfunktionen x underkastes altså en affin afbildning i tidsaksens retning med forvandlingsstallet β . Men da integralet er lig med arealet under funktionen, og da vi ønsker, at $y(T)$ efter tidskaleringen er lig med $y(t)$ før, må formel 8.5.2 efter tidskaleringen 8.5.1 erstattes med:

$$y(T) = \frac{K}{\beta} \int_0^T x(T)dT + y_0 \quad 8.5.3$$

Ved en tidskalering $T = \beta t$ skal enhver integrationskonstant divideres med skalafaktoren β .

Hvis man arbejder på basis af blokdiagrammer, hvor differentialligningerne er givet på operatorform, foretages tidskaleringen ved anvendelse af operatorregningens ligedannethedsregel. Den tidskalerede overføringsfunktion fås ved at erstatte s med (βs) .

Reglen om konstant sløjfeforstærkning gælder ved tidskalering kun, hvis lavfrekvenssløjfeforstærkningen er en delig. Forekommer der en ren integration i sløjfen, bliver sløjfeforstærkningen multipliceret med $1/\beta$.

På servelaboratoriet's analogregnemaskiner foretages en ændring i tidskalaen meget bekvemt ved, at man erstatter alle integratorernes kondensatorer med andre, som er en konstant faktor større eller mindre end de oprindelige. Herved undgår man at skulle foretage ændringer i opkoblingen eller andre potentiometerindstillingerne.

Eksempel

Tidskalering med faktoren $\beta = 0.1$ af koblingsskemaet i fig. 8.4.1 giver skemaet vist i fig. 8.5.1.

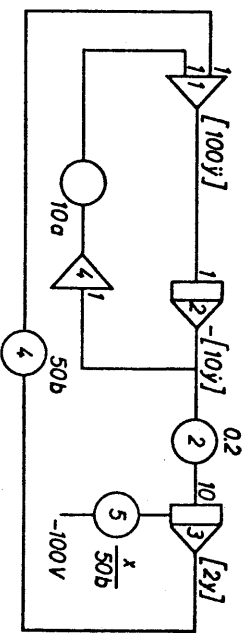


Fig. 8.5.1.

IANUS A

ANALOGITEKNIK

Teori och laborationer

Av

Ing. Sven Arnqvist

och

Lektor Claes Jennel

Andra upplagan

F Ö R O R D

Detta kompendium är avsett att tillsammans med analogmaskinen IANUS-A bilda ett "pedagogiskt paket", som bör kunna användas

dels i ämnena Fysik, Elektronik, Reglerteknik, Systemteknik på fackskola, gymnasium och yrkesskola.

dels i ämnet Matematik, där det bör vara en fördel att kunna åskådliggöra begreppen funktion, variabel, parameterform, derivata, integral, integrationskonstant, differential-ekvation, randvillkor, programmering.

Önskvärda förkunskaper: elementär elektronik,
elementär mekanik och reglerteknik,
någon vana att ställa upp differential-
ekvationer för t ex enkla mekaniska
system och att redovisa t ex glapp
och torrfriktionsmoment som läges- eller
kraftfunktioner,
elementära kunskaper om derivator
och integraler.

Färdighet att beräkna derivator och integraler eller att lösa differentialekvationer erfordras ej.

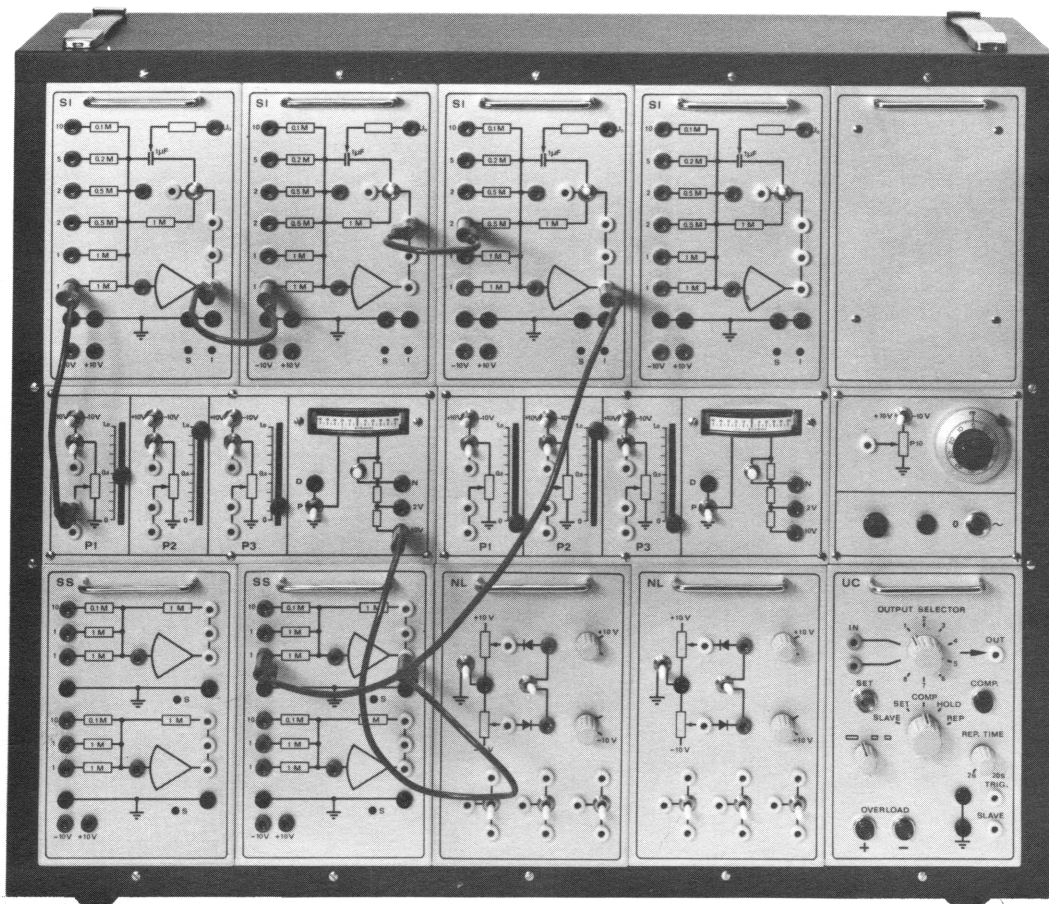
För många kurs- och tidsplaner är "paketet" alltför stort, så att materialet måste sovras. Den, som i något avseende önskar en fylligare framställning, hänvisas till litteraturförteckningen.

Beteckningar, symboler m m, ansluter i stort till praxis i böcker från "Scandinavian Analogue Machine Society", samt gällande SEN-normer.

Författarna

I N N E H Å L L:

Teori	Sid 4
Skalning	Sid 19
Kopplingsövningar	Sid 24
Laborationer	Sid 28
Teknisk beskrivning	Sid 37

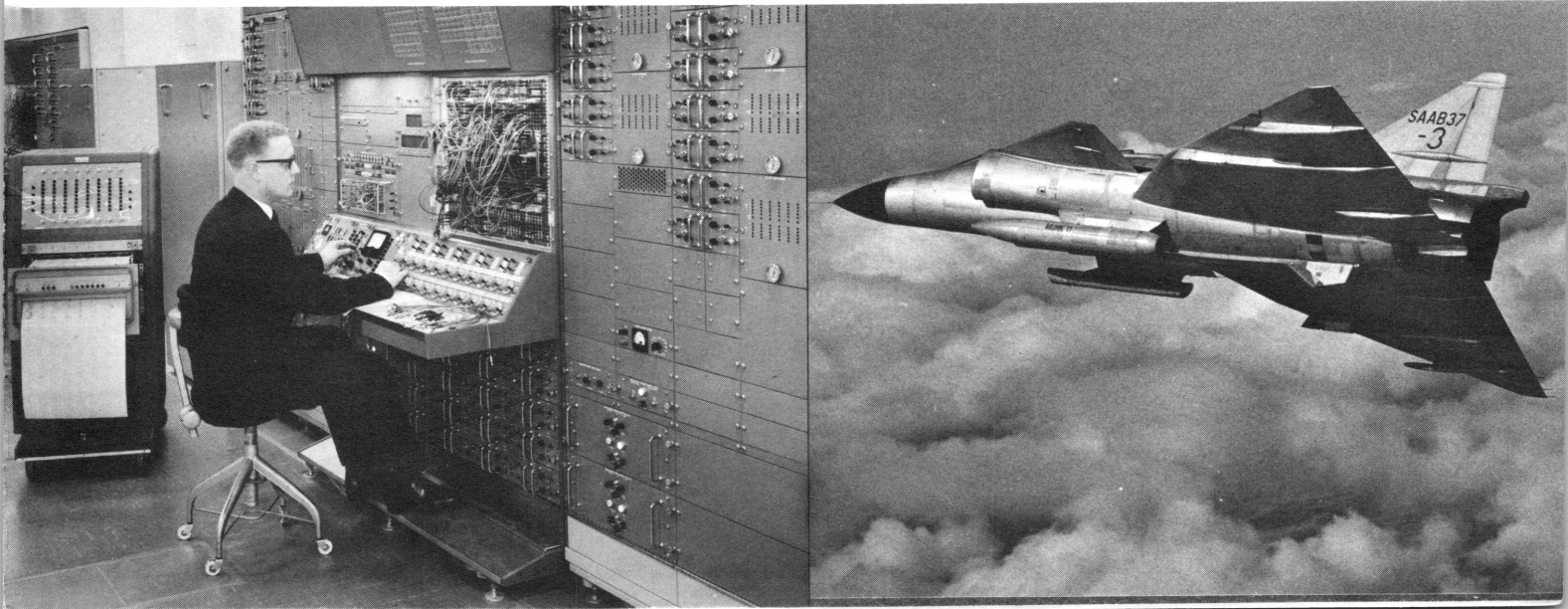


ANALOGITEKNIK: Teori

1.	Systemprov med simulator: fysikaliskt system, differentialekvation, elektrisk analogi	Sid 5
2.	Från matematisk operation till simulatorsteg: teckenvändare, summator, integrator koefficientpotentiometer olinjär länk	Sid 6
3.	Operationsförstärkare, egenskaper	Sid 7
4.	Motkopplingsnät, överföringsfunktioner	Sid 7
5.	Begynnelsevärde, set, hold	Sid 9
6.	Koefficientpotentiometer	Sid 10
7.	Olinjär länk, Laplace-kalkylens begränsning	Sid 10
8.	Polynom	Sid 14
9.	Sinusfunktioner	Sid 14
10.	Skalning, programmering, körning	Sid 14
11.	Utsignal, oscilloskop, skrivare	Sid 17
12.	Hybridteknik	Sid 17
13.	Litteratur	Sid 18

1. Systemprov med simulator

- Tänk vad dom kan: när Ågesta atomkraftverk började byggas, var det redan provkört. När flygplanet Viggen började monteras, var det redan provflugget.
 - Det kan väl inte vara möjligt. Inte kan man prova nånting, som inte är byggt?
- Naturligtvis inte. Men man kan bygga en modell och provköra den.
 - En fullständig skalmodell? Den måste bli dyr?
- Inte bara det, det är ofta tekniskt omöjligt att bygga en. Nej, jag menar en elektronisk modell. Den har många goda egenskaper:
 1. Den är (relativt) billig.
 2. Den medger katastrofprov utan risker för människoliv.
 3. Den reagerar vid olika prov (nästan) som det riktiga systemet.
 - Hur ser en elektronisk modell ut?
- Det varierar mycket, men Du kan tänka Dig ett skåp med massor av förstärkare, kontakter, sladdar, rattar och instrument.
 - Vad menar Du med "reagerar som"? Kan skåpet öka sin hastighet som ett flygplan?
- Nej, det står nog stilla. Men den elektriska spänning som simulerar hastigheten kan öka. Modellen, simulatoren, måste reagera på elektriska insignaler med elektriska utsignaler som t ex ett mekaniskt system reagerar på mekaniska insignaler med mekaniska utsignaler. En matematiker säger, att simulator och system kännetecknas av likadana differentialekvationer.



Det här samtalet handlar tydligen om systemprovning med simulator. Det framgår av samtalet, att många av våra mest avancerade tekniska konstruktioner beräknas med elektronisk simulatorsteknik (ibland i direkt samarbete med den digitala datamaskintekniken). Sådan simulering sker efter ett visst mönster och man skiljer på några olika steg:

1. Systemets differentialekvationer - med randvillkor - ställs upp.
2. Ett elektroniskt system kopplas upp så, att samma ekvationer gäller för detta som för det praktiska problemet:
man programmerar en simulator. Detta underlättas av att det finns universalsimulatorer, analogmaskiner, där ekvation och uppkoppling är mycket lika varandra.

Alternativt kan man - utan att studera differentialekvationer - bygga en direkt-analogi-simulator med hjälp av kända likheter mellan t ex mekaniska och elektriska systemkomponenter.

3. Man studerar hur simulatören reagerar i olika situationer och kan sedan bedöma, hur systemet kommer att fungera. Är man inte nöjd med resultatet, får man projektera systemet på ett annat sätt. Man kan redan i simulatören komma mer eller mindre nära en optimal konstruktion. Simulatören kan även få representera en större eller mindre del av ett system. Detta ger möjlighet att prova systemkomponenter på ett tidigt stadium.

Under namnet olinjäriteter sammanfattas här sådana egenskaper hos ett system, som inte kan uttryckas med ekvationer utan måste redovisas t ex i kurvform. En normal analogmaskin kan med lätthet simulera vissa typer av olinjäriteter.

Andra olinjära operationer är kvadrering, multiplikation med variabel m m. Sådana olinjäriteter behandlas ej i detta kompendium.

2. Från matematisk operation till simulatorsteg

En utsignal säges vara en funktion av en insignal, om den förra entydigt beror av den senare.

Ett samband mellan en utsignal - funktionen - dess tidsderivator och en eventuell insignal kallas en differentialekvation.

Exempel: $\frac{dy}{dt} + 4y = 0$

I enkla fall behöver man för att ställa upp en sådan ekvation de matematiska operationerna addition - ev. med minustecken
multiplikation med konstantfaktor
derivering

En analogmaskin bör alltså kunna modifiera elektriska spänningar genom att
byta tecken
addera
multiplicera med konstantfaktor
bilda en ny spänning, proportionell mot tidsderivatan.

Elektroniska deriverare har tyvärr dåliga brusegenskaper, och man väljer därför oftast att tolka en differentialekvation som ett samband mellan högsta derivatan och dess successiva integraler t o m funktionen själv. En normal beståndsdel i en analogmaskin blir då en elektronisk integrator, som bildar en spänning, proportionell mot en tidsintegral. Ofta skall i integratorns utspänning ingå ett begynnelsevärde, som motsvarar integrationskonstanten C.

3. Operationsförstärkare, egenskaper

En operationsförstärkare är en teckenvändande likspänningsförstärkare med hög spänningsförstärkning F_o (typiskt 100.000 ggr) och med hög inimpedans och låg utimpedans.

Namnet kommer därav, att sådana förstärkare används för att (motkopplade) realisera matematiska operationer.

Halvledarteknikens framsteg har medfört att nykonstruktioner med rör knappast förekommer. Beträffande moderna förstärkares egenskaper hänvisas till: "Operationsförstärkarteknik" av ingenjör Lars Stenling, Scandia Metric AB.

Operationsförstärkarens symbol visas i figur nedan. Det är vanligt med differentialingång, vilket betyder att utsignalen är proportionell mot skillnaden mellan insignalerna. Plusingången jordas ofta.

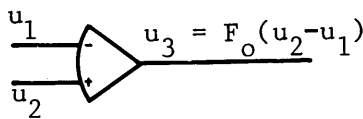


Fig 3:1

4. Motkopplingsnät, överföringsfunktioner

Genom speciella motkopplingsmetoder får man en operationsförstärkare att med god noggrannhet bilda spänningar, som har enkla matematiska samband med givna spänningar.

Vanliga operationer: teckenvändning
 summering
 integrering

Speciella operationer: överföringsfunktioner
 av typen PD, PI, PID,
 bandfilter o d,
 olinjära överförings-
 funktioner

Principen för operationsmotkopplingen framgår av figur 4:1, där förstärkaren uppfattas som en snabb servopotentiometer.

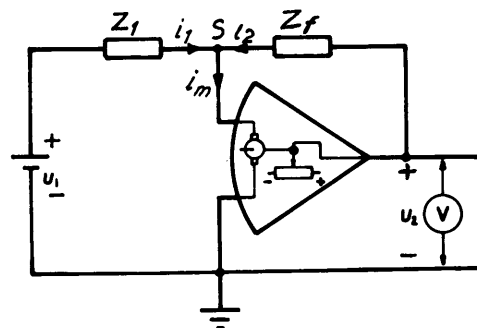


Fig 4:1

Servomotorn arbetar tills u_2 fått ett sådant värde, att bryggan är i balans. Då är $i_m = i_1 + i_2 = 0$.

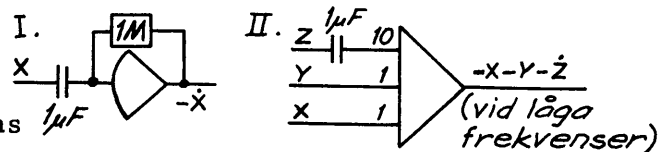
Motorn är både ström- och spänningslös, och punkten S har nollpotential. Man får $i_1 = u_1/Z_f$.

De två ekvationerna ger tillsammans: $u_2 = -\frac{Z_f}{Z_1} \cdot u_1$, vilket gäller inte bara för likspänningar och resistanser.

Den verkliga förstärkaren måste ha inspänningen $-u_2/F$ och punkten S har alltså inte jordpotential. Det handlar dock bara om bråkdelar av mV, och man säger att punkten S (summing junction) har virtuell jordpotential. Man inför mycket små fel genom att räkna S som jordad.

Beträffande motkoppling för teckenvändare, summator, integrator, se "Operationsförstärkarteknik".

Om man någon gång behöver en derivatorer, så bör alt. 1 undvikas: den belastar ogynnsamt och överstyrs lätt. Alt. 11 (DP-länk med brytfrekvens ca 1,5 Hz) fungerar bättre.



SYMBOLER:

LÄNK ("operator")	KOPPLING (exempel)	SAMS *)	Symboler i tysk = amerikansk litteratur (ex.)
Teckenvändare			
Summator			
Summerande integrator	 Se fig. 5.1		

*) Scandinavian Analogue Machine Society

Fig 4:2

PD, PI och PID koppelningens princip framgår av figur 4:3.

Beteckningarna avser språngsvar

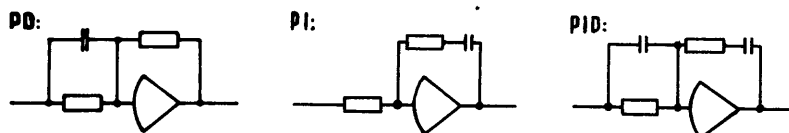


Fig 4:3

En bandfilterkoppling (andra ordningens system) visas i figur 4:4. Genom att variera komponentvärden ändrar man både resonansfrekvens, relativ bandbredd och förstärkning.

Observera möjligheten att bygga filter utan induktanser.

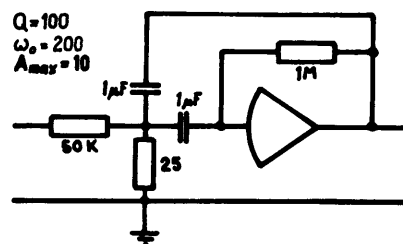


Fig 4:4

Olinjära överföringsfunktioner får man med exempelvis en diod i motkopplingsgrenen. Se figur 4:5.

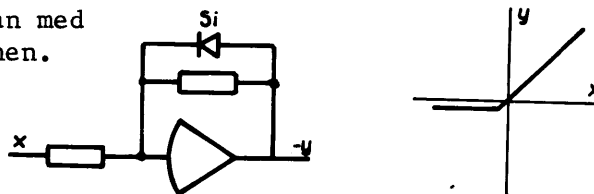


Fig 4:5

Om dioden leder ström, så blir motkopplingsgrenen lågohmig och totalförstärkningen blir mycket liten.

Med förspända dioder kan man få nästan vilka funktioner som helst, se avsnitt 7.

Observera att x egentligen borde kallas potential, spänning till jord. Praxis är dock att säga spänning (voltage) och att räkna den till jord (virtuell jord) om ej annat framgår av texten.

Beteckningen $-y$ på utgången ansluter till praxis i svenska handböcker. Detta medför att man ritar diagram över överföringsfunktioner utan hänsyn till att steget teckenvänder. Detta anges i stället med utsignalens minustecken i schemat.

5. Begynnelsevärde, SET, HOLD

Vid problemkörning i analogmaskin vill man hålla integratorerna överksamma fram till problemstarten ($t = 0$). Ibland skall en integratorutspänning ha ett begynnelsevärde (motsvarande det matematiska begreppet integrationskonstant) vid problemstarten. Man brukar med reläkontakter koppla om integratorn till teckenvändare, belastad med integrationskondensatorn. Maskinen säges vara i funktionsläge SET. I funktionsläge COMPUTE fungerar integratorerna normalt. I läge HOLD är integratorerna överksamma och all integrering avbruten, integratorutspänningarna ändras inte, och man kan i lugn och ro mäta alla spänningar, d v s bestämma problemvariablernas värde vid en viss tidpunkt.

REP (repeat-) läge innebär, att maskinen automatiskt växlar mellan SET och COMPUTE.

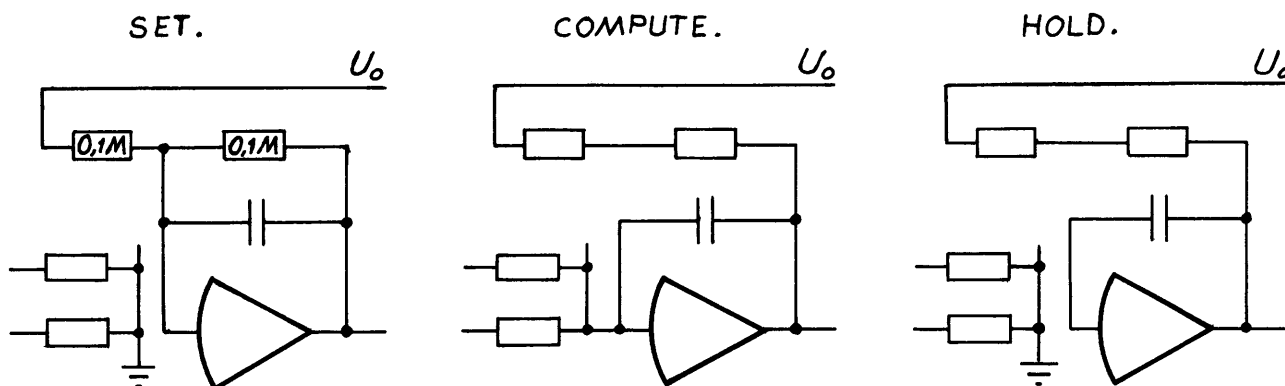


Fig. 5:1

6. Koefficientpotentiometer

Man multiplicerar en maskinspänning med en faktor $a < 1$ (dvs reducerar spänningen) på vanligt sätt med en potentiometer. Den är oftast belastad t ex med en summatorringång, så att potentiometerskalan inte korrekt uttrycker förhållandet mellan utspänning och inspänning. Man måste därför ställa in en reduktionsfaktor a med hjälp av voltmeter eller med kompensationsmetod.

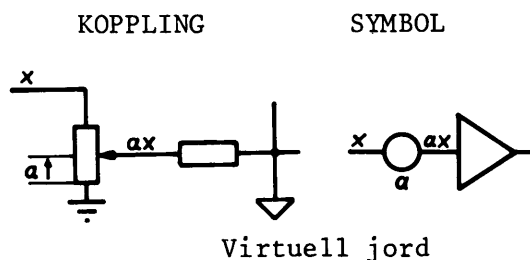
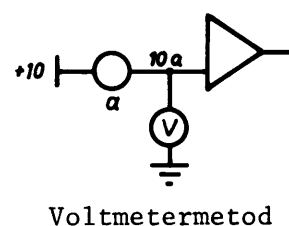


Fig. 6:1

Praxis är att mata potentiometern med maskinens referensspänning - t ex 10 V - och ställa in potentiometern så att utspänningen blir $= 10 \cdot a$ V. Med samma inställning och samma belastning reducerar potentiometern varje inspänning x till ax .



Voltmetermetod

Kompensationsmetod:

Instrumentutslaget 0 betyder att 10-varvs-potentiometern ej lämnar ström. Dess skala är då rättvisande, så att korrekt a -värde kan avläsas.

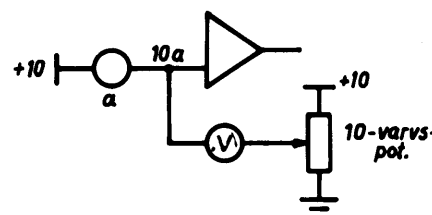


Fig. 6:2

En faktor numeriskt större än 1 realiseras med en potentiometer och en lämplig ingångsfaktor.

En summerande potentiometer har koppling och symbol enligt figur 6:3. Den lämnar spänningen $z = ax + (1 - a)y$.

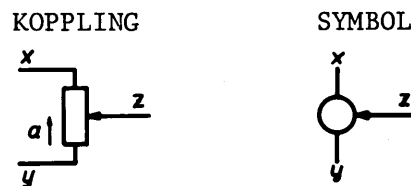


Fig. 6:3

I stora analogmaskiner där både tid och misstag kostar stora pengar, används ofta servoinställning av potentiometrarna, ibland t o m hållremsstyrda sådana.

7. Olinjär länk, Laplace-kalkylens begränsning

Eftersom en diod är en rejält olinjär komponent, kan man simulera enkla mekaniska olinjäriteter med hjälp av dioder i olika kopplingar av typen klippsteg. Som exempel medtas här stopp, torrfrktion, glapp, dödzon, hysteres.

Många olinjära länkar finns beskrivna i handböcker, se litteraturförteckningen.

För alla här behandlade länkar gäller, att dioderna antas vara ideala Si-dioder med oändlig resistans upp till 0,7 V och nollresistans därovanför.

Begränsning

Länken skall lämna en utspänning, som är proportionell mot - ev numeriskt lika med - in-spänningen inom ett begränsat område. Utanför området skall utspänningen vara konstant, se figur 7:1.

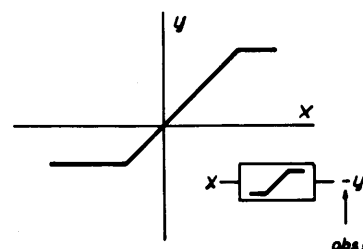


Fig 7:1

Diodnätet ligger tydligen i en teckenvändares Zf-gren. Så länge ingen ström går genom någon diod, fungerar teckenvändaren normalt.

Att ström flyter genom någon diod betyder, att Zf-grenen blir mycket lågohmig. Stegets förstärkning minskar, dock ej helt till 0, och överföringsfunktionen stämmer väl med den önskade.

Av görande för funktionen blir, för vilka spänningsvärden x man får ström genom någon diod. I figuren 7:3 visas halva diodnätet med operationsförstärkarens ingång som belastning.

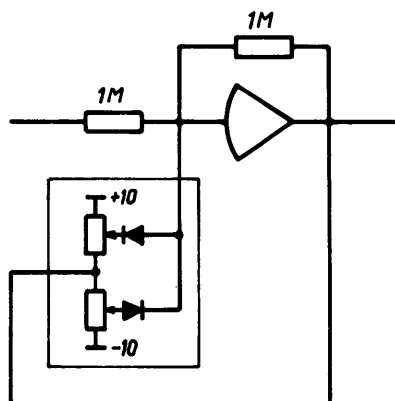


Fig 7:2

Faktorvärdet 1 ger $y = x$. Eftersom dioden kräver 0,7 V i framspänningen, måste x i detta fall överstiga +0,7 V för att ström skall flyta.

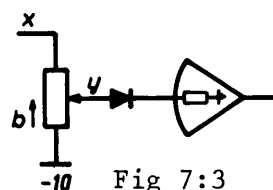


Fig 7:3

Andra faktorvärden kan studeras med hjälp av formeln för den summerande potentiometern. Man finner att x måste överstiga $x = \frac{10,7 - 10b}{b}$

Man inser att man ej kan få numeriskt lägre gräns än 0,7 V. Med x-värden numeriskt mindre än 10 V är det meningslöst med b-värden mindre än 0,4. Samma resonemang gäller för andra halvan av diodnätet.

Kopplingen kan även användas för att simulera torrfriktion, se fig 7:4, där F är friktionskraften som funktion av hastigheten v, varvid teckenvändarens förstärkning göres stor t ex genom att koppla ur motkopplingsresistansen. Samma koppling kan också användas för att simulera en 2-lägesregulator.

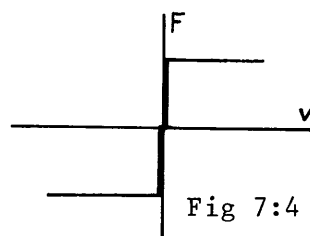


Fig 7:4

Dödzon

Diodnätet ligger på ingångssidan till en summator, se figur 7:5.

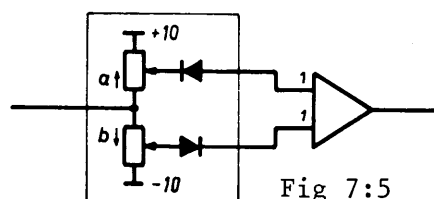


Fig 7:5

1. $a = b = 1$ medför, att inget x -värde kan styra ut summatorn. Den får ingen ingångsström. Död-zonen blir total.

2. $a = b = 0$ medför, att ett x -värde numeriskt mindre än $0,7$ inte kan styra ut summatorn.

3. Med $a = b = 0$ och $x = 2$ blir - sedan dioden förbrukat $0,7$ V - summatorns inspänning $1,3$ V. Den lämnar då $-1,3$ V. Se figur 7:6. Räkna man på olika x -värden, får man kurvan i fig 7:7.

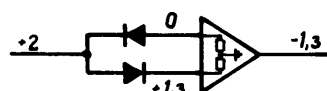


Fig 7:6

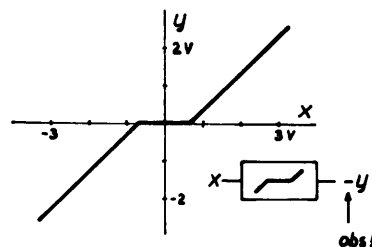


Fig 7:7

4. Andra a - och b -värden kan studeras på liknande sätt. Man får en variabel död-zon. Tyvärr blir förstärkningen utanför död-zonen numeriskt mindre än 1 - räkna gärna igenom ett fall - och det är säkrast att prova ut varje död-zon-koppling med voltmeter.

Vissa olinjära funktioner kan approximeras bit för bit med ungefär samma teknik. Anordningen kallas brytdiodgenerator (dellinjär länk). Figuren 7:8 visar en mycket grov approximering. Det är vanligt med flera (och tekniskt enklare) steg.

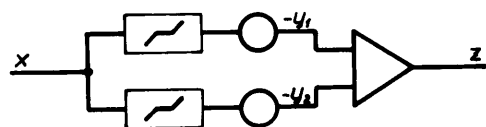


Fig 7:8a

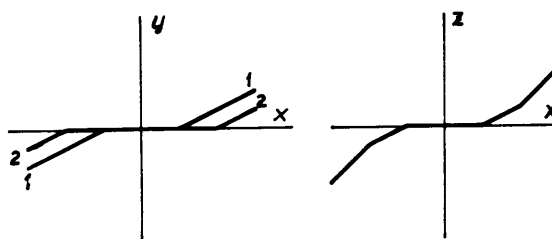


Fig 7:8b

Hysteres

På samma sätt som i död-zon-fallet kan små spänningar inte styra ut integratorn. Om $(y) = 0$, så blir $(u) = -(x)$.

Ett tillräckligt stort x -värde medför, att integratorn börjar arbeta, varvid $-y$ stiger mycket snabbt, tills u nått utstyrningsgrän-sen. Spänningen (y) kommer att följa (x) på ett avstånd, som bestäms av utstyrningsgrän-sen.

Om (x) (efter att ha ökat) börjar minska, så ändrar sig (u) från den ena utstyrningsgrän-sen till den andra. Under tiden ligger (y) stilla.

Sambandet mellan x och y framgår av diagram-met. Gränserna U_a och U_b ställs in med rattar-na på NL-länken. Hystereslingans bredd kan inte bli mindre än $\pm 0,7$ volt beroende på framspänningsfallet i dioderna.

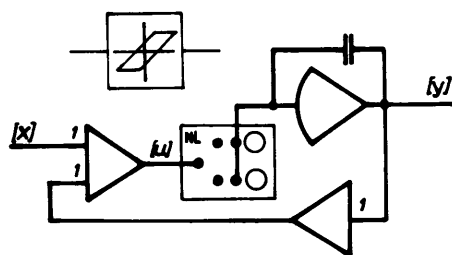


Fig 7:9

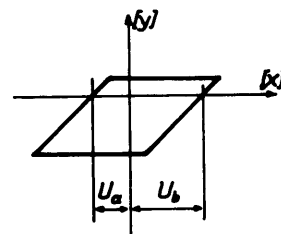


Fig 7:10

Laplace-kalkylens begränsning

- Problem:** Vilken utsignal får man från ett system, vars egenskaper är givna i form av en differentialekvation, om insignalen (högerledet i den inhomogena ekvationen) är given som tidsfunktion? Systemet kan ha vissa olinjära egenskaper. (Figur 7:11 nedan)
- Metod I:** Differentialekvationen löses med vanliga metoder. Detta kan vara svårt, rentav omöjligt. Olinjära egenskaper hos systemet förvärrar problemet ytterligare.
- Metod II:** Insignalen överföres från tidsfunktion till funktion av komplex frekvens, ekvationens vänsterled överföres till en faktor, utsignalen fås som produkt av faktor och överförd insignal, utsignalen återföres till tidsfunktion. Metoden tar ej hänsyn till olinjäriteter.
- Metod III:** På något sätt alstras en spänning, som varierar med tiden på samma sätt som systemets insignal. Utgående från systemets differentialekvations vänsterled bygges ett filter, vars egenskaper uttrycks av en likadan ekvation. Erhåller utsignal sortändras från spänning till lämplig systemstorhet. Mycket snabba och mycket långsamma system kan studeras med ändrad tidsskala. Metoden tar hänsyn till olinjäriteter.
- Metod IV:** En digital datamaskin programmeras att för varje tidpunkt prova fram ett funktionsvärde, som satisfierar ekvationen. Den erhållna följderna av funktionsvärden approximerar den sökta funktionen, dvs utsignalen. Data maskinen kan programmeras att ta hänsyn till olinjäriteter. Programmen blir ofta stora och svåröverskådliga och det är därför svårt att optimera en konstruktion genom att "programmera om och se hur det går". Maskinen kan programmeras att själv optimera en konstruktion.

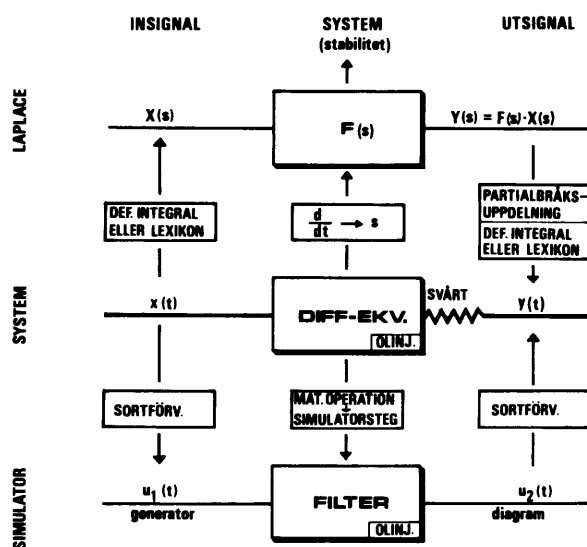


Fig 7:11

8. Polynom

Värdet på $\int_0^t kdt$ är $1 + kt$ eller $kt + 1$. Genom

att välja lämpliga värden på k och 1 kan man tydligen "integrera fram" en nästan valfri första-gradskurva.

Värdet på $\int_0^t (kt + 1) dt$ är $m + \frac{1}{2}kt^2 + 1t$, vilket tydligen är en andragsgradsfunktion.

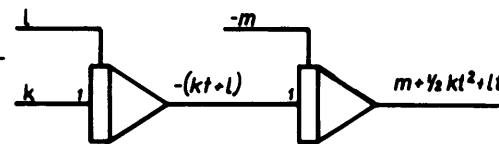


Fig 8:1

Genom stegvis integrering kan man på detta sätt i en analogmaskin konstruera en polynomkurva av valfri grad.

9. Sinusfunktioner

Om man i kopplingen enligt figur 9:1 väljer sinusgeneratorns $\omega = 1$, så visar voltmetern 0, och man kan slå om omkastaren och ta bort sinusgeneratorn. Det måste vara likgiltigt för integratorn 1, varifrån den får sin insignal. Integratorerna "biter varandra i svansen", och den metoden används ofta i analogitekniken, t ex för kontroll av integratorernas långtidsdrift och skrivarens kondition genom cirkelprov

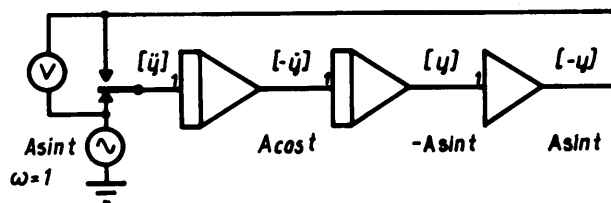


Fig 9:1

Egentligen motsvarar kopplingen en homogen differentialekvation:

$\ddot{y} = -y$, som bl a har lösningen $y = \sin \omega t$ med $\omega = 1$.

10. Skalning, programmering, körning

Före all skalning måste man göra en storhetsundersökning, dvs en ungefärlig uppskattning av systemstorheter av typen tidskonstant, resonansvinkelfrekvens, dämpningsfaktor samt maximalvärden av funktioner och derivator. Man uppskattar endast numeriska värden. Resultaten av denna undersökning styr skalningsarbetet.

Med tidskalning menas, att man av praktiska skäl ofta låter analogimaskinen arbeta snabbare eller långsammare än det system, som beskrivs av en given differentialekvation.

Exempel: Radioaktivt sönderfall kan ske med halveringstider, som i ett fall räknas i år, i ett annat kanske i millisekunder.

Maximalvärden, dämpningsfaktorer o s v påverkas ej.

Efter körningen återgår man till systemets rätta tidsskala genom att korrigera diagramtidsskalan.

Med amplitudskalning menas, att man omvandlar olika systemstorheter till maskinpotentialer så, att dessa aldrig överskrider (men gärna med sina maximalvärden tangerar) operationsförstärkarnas överstyrningsgränser.

Efter körningen återgår man till systemstorheter genom att korrigera diagrammens potentialskalor.

Om maskinen har OVERLOAD-lampor, så rapporterar dessa vissa fel vid skalning. Ett förslag till skalningsblankett medföljer som bilaga.

En speciell typ av skalning, här kallad dimensionsbyte för oberoende variabel, behövs ibland: om den oberoende variabeln i ekvationen inte är tiden utan t ex ett avstånd utefter en belastad balk, måste denna längdvariation omvandlas till tid; det är den enda oberoende variabel, som maskinen kan arbeta med.

Efter körningen måste den erhållna tidskalan i diagrammet korrigeras till rätt systemvariabel.

För kontroll vid komplicerade problem gör man gärna en statisk och/eller dynamisk check. Vid alla fysikaliska problem bör man göra en rimlighetskontroll.

En uppkoppling i en analogimaskin simulerar en differentialekvation som simulerar ett system - (man kan självklart lösa rent matematiska problem utan bakomliggande fysikaliskt system).

Uppkopplingen, programmeringen, underlättas om ekvationen skrivs om för att passa maskinens sätt att arbeta med upprepade integrationer.

1. Ekvationens vänsterled skall innehålla högsta derivatan, ensam och med koefficienten +1.
2. Ekvationens högerled skall innehålla ett minustecken och summan av övriga termer.
3. För att markera, att man övergått till maskinspänningar i en analogimaskin, kan man sätta alla termer inom kantiga parenteser.

Exempel:

$$\ddot{y} + A\dot{y} + By = 0 \longrightarrow [\ddot{y}] = - ([A\dot{y}] + [By])$$

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 5y = 0 \longrightarrow [\ddot{y}] = - ([2\dot{y}] + [5y])$$

Problemekvationen (systemekvationen) har omvandlats till en maskinekvation.

Man antar nu, att maskinspänningen $[\ddot{y}]$ finns på en integratoringång. Som tidigare visats, kopplar man integratorer i kaskad för att få tillgång till spänningar, som simulerar övriga derivator och den sökta funktionen. Om nödvändigt teckenvänder man.

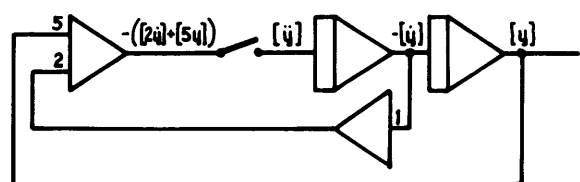


Fig 10:1

Högerledets plustecken simuleras med en summator.

Termernas koefficienter simuleras med koefficientpotentiometrar, ev i kombination med olika ingångsfaktorer. Om man inte vill rita in potentiometerfaktorer i schemat, så behövs en blankett för dessa. Se bilaga.

Ekvationens likhetstecken simuleras med en förbindelse mellan summatorns utgång och första integratorns ingång. Därmed tvingar man vänsterledningsspanningen att bli = totala högerledningsspanningen.

Ekvationen är homogen, och någon storhet måste ges ett begynnelsevärde, för att det skall bli någon utsignal.

Inhomogen ekvation:

Om ekvationen är inhomogen, så finns det en insignal till systemet:

Exempel.

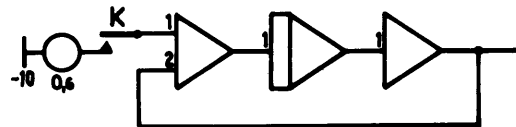


Fig 10:2

$$\dot{y} + Ay = z \quad [\dot{y}] = - ([Ay] + [-z])$$

Summatorn skall tydligen matas även med en signal från en z-generator. Ibland skall insignalen ha värdet 0 fram till $t = 0$, och då behövs kontakten K. (Den kan ofta undvaras, om problemstarten sker genom byte från SET till COMPUTE-läge. Spänningen på summatorutgången får visserligen fel värde i SET-läge ($t < 0$), men det kan å andra sidan vara svårt att få kontakten K och omkopplingen SET - COMPUTE att arbeta synkront).

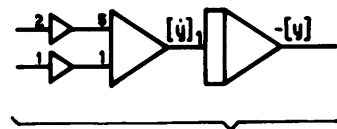
Ett vanligt fall är:

$$\dot{y} + Ay = \sqrt{B} \quad [\dot{y}] = - ([Ay] + [\sqrt{-B}])$$

$$\dot{y} + 2y = \sqrt{6} \quad [\dot{y}] = - ([2y] + [\sqrt{-6}])$$

där \sqrt{B} betyder ett språng med amplituden B: en funktion med värdet 0 för $t < 0$ och det konstanta värdet B för $t > 0$.

Någon gång händer det, att man måste ta hänsyn till både insignal och begynnelsevärde, kanske rentav flera begynnelsevärden.



Observera möjligheten att "förkorta" schemat, om man avstår från att studera alla variabler. Figur 10:3.



Fig 10:3

Efter programmering - i SET-läge - och ev checkning startar man problemkörningen genom att övergå till COMPUTE-läge. Oscilloskop kan triggas direkt, de flesta skrivare måste startas i förväg.

Observera HOLD-funktionen!

Om körningens mål är att optimera ett system, så ger REPEAT-funktionen möjlighet att upprepa körningen och ändra potentiometerinställningar m m tills målet är nått.

Stora uppkopplingar kan göras i samarbetande simulatorer. MASTER-simulatorn - i valfritt läge - styr SLAVE-simulatorn, som skall stå i SLAVE-läge. Båda simulatorerna samjordas, och SLAVE-uttagen förbindas med en sladd.

11. Utsignal, oscilloskop, skrivare

En analogmaskin levererar problemlösningar i form av spänningar, proportionella mot sökta problem- eller system-storheter, ev med ändrad tidsskala (se avsnittet Tidsskalning).

I enkla fall kan man med voltmeter, rörvoltmeter eller digitalvoltmeter studera utsignalerna. Maskinens Hold-funktion ger möjlighet att "frysa fast" förloppet för närmare studium och "tina loss" det igen.

Vanan att studera funktioner som kurvor i ett x-y-koordinatsystem gör, att man uppskattar ett oscilloskop som utorgan. Det blir ofta aktuellt att fotografera skärmbilden med rutnät för närmare studium.

Oscilloskopet ritar utsignalen som funktion av tiden eller av en insignal.

Tillräckligt långsamma förlopp - observera möjligheterna till tidsskalning - studeras med fördel med XY- eller TY-skrivare. Det är lätt att i en analogmaskin producera en tidsaxelspänning, om det behövs.

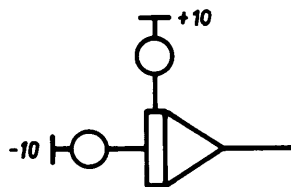


Fig 11:1

12. Hybridteknik

Det är naturligtvis ofta en ekonomisk fråga, om ett problem skall lösas med hjälp av analogmaskin eller digitalmaskin (metod III eller IV i avsnitt 7).

Ibland visar en ekonomisk kalkyl, att problemet löses billigast med hybridteknik, d v s samarbete mellan analogmaskin och digitalmaskin. Eftersom de två maskinerna talar olika språk, d v s arbetar med olika talrepresentation, måste man införa steg, som översätter från analog till digital - AD - och från digital till analog - DA - talrepresentation.

Olika typer av digital representation behandlas i "Kretslogik" i IANUS-serien.

Litteratur (ett litet urval)

- Scandinavian Analogue Machine Society: (FOA div 290, Stockholm 80)
- Rapport nr 1: Symboler, skalning, programmering, check, körjournal (C:a 40 sid).
- Rapport nr 3: Specifikation av räkneenheter (C:a 60 sid).
- Analog Programming Handbook: Kopplingar för simulering av:
Överföringsfunktioner - även olinjära -
periodiska tidsfunktioner
dödtid m m (C:a 110 sid).
- Huskey-Korn: Computer Handbook (Mc Graw-Hill 1962, c:a 1200 sid, c:a 250:-)
Redig och innehållsrik. Även direktanalogier, fältanalogier och hybridteknik. Halva boken handlar om digitala datamaskiner inkl. DDA (Digital Differential Analyzers).
- Korn-Korn: Electronic Analog and Hybrid Computers (Mc Graw-Hill 1964, c:a 560 sid, c:a 140:-).
Bra avsnitt om operationsförstärkare med transistorer. Avancerade tillämpningsexempel. Mycket innehållsrik litteraturförteckning.
- Jenness: Analog Computation and Simulation (Allyn and Bacon 1965, c:a 290 sid, c:a 50:-).
Bra tabell med överföringsfunktioner. Anvisningar till 21 laborationer.
- Ernst: Elektronische Analogrechner (Oldenbourg 1960, c:a 300 sid, c:a 70:-)
Bra avsnitt om olinjäriteter. Bilder och data på analogimaskiner från 16 olika tillverkare. 10 sidor om organisation av datacentral med analogimaskin (-er).
- Hartman: Elektronik 2 (Kapitel 10 och 11)

ANALOGITEKNIK: Skalning

1. Storhetsundersökning	Sid 20
2. Amplitudskalning	Sid 20
3. Tidsskalning	Sid 21
4. Numeriskt exempel	Sid 22
5. Dimensionsbyte	Sid 23
6. Checkning	Sid 23

1. STORHETSUNDERSÖKNING

Diff. ekv. I: $\dot{y} + By = 0$ (med $y_0 = C$) eller $= \sqrt{D}$ (med $y_0 = 0$)

Genom att studera ekvationens standardlösning (elementär reglermatematik) fås

$$\text{tidskonstanten } T = \frac{1}{B} \quad y_{\max} = C \text{ eller } = D/B$$

$$\dot{y}_{\max} = y_{\max} \cdot B$$

Diff. ekv. II: $\ddot{y} + A\dot{y} + By = 0$ (med $y_0 = C$) eller $= \sqrt{D}$ (med $y_0 = 0$)

Som ovan (ev. sättes dämpningskoefficienten = 0) fås vinkelfrekvensen (utan dämpning) $\omega_0 = \sqrt{B}$. $y_{\max} = C$ eller D/B eller $2D/B$ (om $\mathcal{J} < 1$).

$$\text{Relativa dämpningen } \mathcal{J} = \frac{A}{2 \cdot \sqrt{B}} \quad \dot{y}_{\max} = \omega_0 C (C \sqrt{B}) \text{ eller } \omega_0 D/B (D/\sqrt{B})$$

$$\ddot{y}_{\max} = \omega_0^2 C (BC) \text{ eller } \omega_0^2 D/B (D)$$

Det är viktigt för amplitudskalningen, att storheterna ovan ges sina rätta sorter. Dessa fås lätt, om systemet är fysikaliskt, ekonomiskt, osv. Om man har en rent matematisk differentialekvation, får man sorter av typer "enheter"/"enheter per sekund".

2. AMPLITUDSKALNING

1. För att undvika överstyrning av operationsförstärkarna med därav följande felaktiga utgångsspänningar, amplitudskalar man alla variabler så, att
t ex $y_{\max} \cdot \alpha_1 \leq V_{\text{ref}}$.

$V_{\text{ref}} = 10 \text{ V}$ för IANUS och de flesta andra transistoriserade analogmaskiner.

α -värdena bör väljas i serien 1 eller 2 eller $5 \cdot 10^n$ samt så stora som möjligt, då en alltför låg signalnivå ger dålig noggrannhet, som yttrar sig som dålig reproducerbarhet.

2. Efter storhetsundersökning kan valet av skalfaktorer sammanfattas i en tabell
t ex

Fysikalisk variabel	Maximalvärde	Skalfaktor	Maskinvariabel
y	y_{\max}	$\alpha_1 (= \frac{V_{\text{ref}}}{y_{\max}})$	$[\alpha_1 y]$
\dot{y}	\dot{y}_{\max}	α_2 etc	$[\alpha_2 \dot{y}]$
\ddot{y}	\ddot{y}_{\max}	α_3 etc	$[\alpha_3 \ddot{y}]$

3. Högsta derivatan löses ut ur differentialekvationen och maskinvariablerna införes.

$$\frac{[\alpha_3 \ddot{y}]}{\alpha_3} = -A \frac{[\alpha_2 \dot{y}]}{\alpha_2} - B \frac{[\alpha_1 y]}{\alpha_1} \quad \text{Hyfsning ger}$$

$$[\alpha_3 \ddot{y}] = - \left(\frac{\alpha_3 A}{\alpha_2} [\alpha_2 \dot{y}] + \frac{\alpha_3 B}{\alpha_1} [\alpha_1 y] \right) \quad (1)$$

Övriga derivator samt funktionen själv skall integreras fram, här får man

$$\dot{y} = \int \ddot{y} dt \text{ respektive } y = \int \dot{y} dt$$

Inför skalfaktorer och hyfsa

$$-[\alpha_2 \dot{y}] = -\int \frac{\alpha_2}{\alpha_3} [\alpha_3 \ddot{y}] dt \quad (2)$$

$$[\alpha_1 y] = -\int -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} [\alpha_2 \dot{y}] dt \quad (3)$$

4. Ekvation (1) åstadkommes med en summator och (2) och (3) med integratorer. Rita schema (se exemplet i figur 3:1) och dela upp ekvationernas koefficienter i ingångsfaktorer och potentiometerfaktorer.

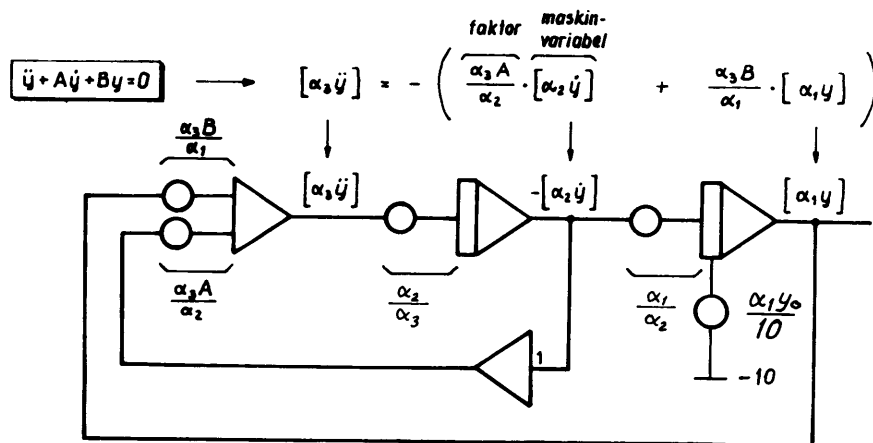


Fig 3:1

5. Om man hade haft en variabel insignal x med maxvärdet x_{\max} , så skulle denna ha införts i tabellen och amplitudskalats. Här antages y ha begynnelsevärdet y_0 , vilket naturligtvis amplitudskalats med samma faktor som y , d v s α_1 , och införes i schemat som $-\alpha_1 y_0$. Observera tecknet!

6. Koppla upp och checka. Kör.

7. Utvärdera resultaten varvid de avlästa spänningvärdena skall divideras med respektive skalfaktor för att man skall få motsvarande fysikaliska variablers värde och sort.

3. TIDSKALNING

1. Ofta inträffar det att maskinen inklusive skrivare eller oscilloskop inte arbetar bra (inte hinner med eller får opraktiskt lång lösningstid) med enbart amplitudskalning enligt ovan. Man övergår därvid från reell tid t till maskintid \mathcal{T} genom att införa tidskalfaktorn β . $\mathcal{T} = \beta t$
Maskinen hinner tydligen lika långt på β sekunder som systemet på 1 sekund. $\beta > 1$ medför alltså att maskinen arbetar långsammare än motsvarande system.

2. En svårighet vid tidskalning är att i förväg kunna uppskatta lämplig problemlösningstid (t_p).

I diff. ekv. av typ I enligt ovan uppskattas $t_p \approx \frac{4}{T} = \frac{4}{B}$

I diff. ekv. av typ II enligt ovan uppskattas $t_p \approx \frac{4}{\mathcal{J}\omega_0} = \frac{8}{A}$

Därefter bestämmer man en lämplig maskinlösningstid (\mathcal{T}_p) varvid i regel valet av registreringsdon är avgörande.

$\beta \approx \frac{\mathcal{T}_p}{t_p}$ väljes lämpligen ur serien 1 eller 2 eller $5 \cdot 10^n$.

3. Differentialekvationerna tidskalas genom att sätta $dt = \frac{1}{\beta} \cdot d\mathcal{T}$

Man ser att ekvationer för integratorer - (2) och (3) - påverkas men inte ekvationer för summatorer (1).

$$-[\alpha_2 \dot{y}] = -\frac{\alpha_2}{\beta \alpha_3} [\alpha_3 \ddot{y}] d\mathcal{T}$$

$$[\alpha_1 y] = -\int -\frac{\alpha_1}{\beta \alpha_2} [\alpha_2 \dot{y}] d\mathcal{T}$$

4. Tidskalning i ett redan uppkopplat system kan uppenbarligen lätt åstadkommas genom att man multiplicerar alla integratoringångskoefficienter med $\frac{1}{\beta}$,

varvid man om så erfordras får byta ingångar, införa eller ställa om potentiometrar. Observera att eventuella begynnelsevärden ej påverkas av tidskalning.

5. Vid utvärdering av registreringar återställs systemets tidskala genom att avlästa maskintider divideras med β .
6. Man kan på ett tidigt stadium bedöma skalningen i sin helhet genom att kontrollera att de skalade ekvationerna följer följande tumregel: Termernas koefficienter (k) bör ligga i intervallet $0,1 < k < 10$ ogärna i intervallen $0,01 < k < 0,1$ och $10 < k < 100$ och absolut inte i intervallen $k < 0,01$ och $k > 100$.

4. NUMERISKT EXEMPEL

Som visats tidigare kan man spara en förstärkare genom att använda en summerande integrator (fig. 10:3), varvid högsta derivatan "försvinner" och ej behöver skalas.

Givet: $\ddot{y} + 0,08 \dot{y} + 0,01 y = \sqrt{0,1}$

Sökt: En analogimaskinskoppling där y och \dot{y} (men ej \ddot{y}) kan studeras medelst en skrivare ($\mathcal{T}_p \approx 10$ sek lämpligt).

Lösning: Skala! Observera att $\mathcal{J} = \frac{A}{2\sqrt{B}} = 0,4 < 1$.

Fysik.var.	Max. värde	Skalfaktor	Maskinvar.
y	$\frac{2D}{B} = 20$	$\frac{10}{20} = 0,5$	$[0,5 y]$
\dot{y}	$\frac{D}{\sqrt{B}} = 1$	$\frac{10}{1} = 10$	$[10 \dot{y}]$
$t_p = \frac{8}{A} = 100$	ger	$\beta = \frac{T_p}{t_p} = 0,1$	

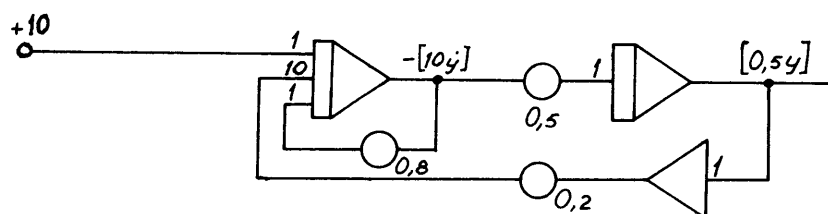
$$\ddot{y} = -0,08 \dot{y} - 0,01 y + 0,1; \dot{y} = \int \ddot{y} dt \text{ och } y = \int \dot{y} dt$$

$$-\frac{[10\dot{y}]}{10} = -\int (-0,08 \frac{[10\dot{y}]}{10} - 0,01 \frac{[0,5 y]}{0,5} + 0,1) \frac{d\mathcal{T}}{0,1}$$

$$\frac{[0,5 y]}{0,5} = -\int -\frac{[10\dot{y}]}{10} \cdot \frac{d\mathcal{T}}{0,1} \text{ varav}$$

$$-[10\dot{y}] = -\int (-0,8 [10\dot{y}] - 2[0,5 y] + 10) d\mathcal{T}$$

$$[0,5 y] = -\int -0,5 [10\dot{y}] d\mathcal{T}$$



5. DIMENSIONSBYTTE

- Bestäm lämpligt definitionsområde för den oberoende variabeln, exempelvis en balks totala längd. Bestäm en L i serien 1 eller 2 eller $5 \cdot 10^n$, som har samma sort som definitionsområdet och är minst lika stort.
- Bestäm en lämplig total problemtid T_p , även den i serien 1-2-5.
- Bestäm en faktor α_{db} så, att $T_p = \alpha_{db} \cdot L$.
- Ersätt i ekvationen den oberoende variabeln (t ex l) med $t = \alpha_{db} \cdot l$ och i dess derivatorer exempelvis dl med $\alpha_{db} \cdot dl$.
- Efter körning, korrigerera diagrammets tidskala genom att dividera den med α_{db} . Återgå till rätt sort.

6. CHECKNING

- Statisk check: i läge SET kontrolleras att framräknade värden på summatorernas utpotentialer stämmer vid mätning med voltmeter. Integratorerna lämnar i detta läge inställda begynnelsevärden.
- Dynamisk check: vid körning erhållna diagram jämförs med de maximalvärden, tidskonstanter, frekvenser och dämpningsfaktorer, som erhållits vid storhetsundersökning.
- Rimlighetskontroll: man kontrollerar att man inte får orealistiska värden på fysikaliska storheter: rörelser på tiotals meter, accelerationer större än g osv.

ANALOGITEKNIK: KOPPLINGSÖVNINGAR

Kö 1: Potentialgivare, potentialmätning	Sid 25
Kö 2: Koefficientpotentiometrar	Sid 25
Kö 3: Balansering	Sid 25
Kö 4: Teckenvändare	Sid 25
Kö 5: Summator	Sid 26
Kö 6: Integrator	Sid 26
Kö 7: Hold-funktion	Sid 27
Kö 8: Olinjär länk	Sid 27

UTRUSTNING

1. För demonstration eller kopplingsövning med en grupp.

Analogmaskin
sladdar, motstånd, kondensatorer
sinus- fyrkantsgenerator
DC-XY-oscilloskop
funktionsgenerator (ev.)
XY-TY-skrivare (ev.)
Digitalvoltmeter (ev.)

2. För kopplingsövning med två grupper, som i fall 1, men:

2 sinus-fyrkant-generatorer
2 DC-XY-oscilloskop
potentiometer, 10 kohm, 10-varvs

Kö 1: Potentialgivare, potentialmätning

- 1 a) Koppla voltmeteren för potential! (Jord på minussidan). Område 15 V.
Koppla enligt figur 1 a, där R_L är avsedd modulingång (även U_o -ingång.)

För att mata en ingång med $-1,0$ V:

Omkastar-läge -10 V
Justera potentiometern tills voltmeteren
visar $-1,0$ V.
Använd gärna digitalvoltmeter!

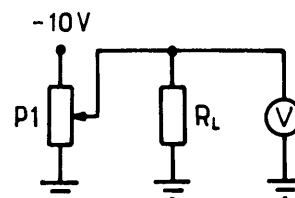


Fig 1.a

- 1 b) Kompensationsmätning ger stor noggrannhet:

D-koppla voltmeteren. Mätområde N (c:a 1 V).

För att mata en ingång med $+4,38$ V:
Omkastarläge på P1 och P10: $+10$ V
Justera P1 till ungefär $0,44$ och P10
till $0,438$ enligt skalan.
Koppla enligt figur 1b. (Nu, inte tidigare!)

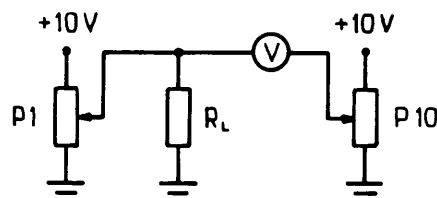


Fig 1.b

Justera bort voltmeterutslaget med P1, öka känsligheten med knappen.
Koppla bort voltmeteren och P10, rubba inte P1.
Funktionsomkopplarens lägen inverkar ej på övningen. U_o -mätning bör ske
i SET-läge.

Kö 2: Koefficientpotentiometer

- 2 a) För att multiplicera en variabel spänning med
faktorn $0,438$:
Utför hela 1 b.
Därefter: P1:s omkastare till läge CP.
Anslut den variabla spänningen till intaget CP.
Funktionsomkopplarens lägen inverkar ej på övningen.

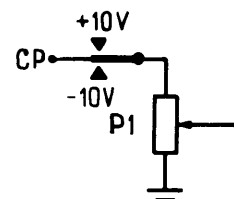


Fig 2.a

Kö 3: Balansering av operationsförstärkare

- 3 a) Teckenvändare, summator (Modul SS). Voltmeteren, P-kopplad, område N
ansluts till utgången, förstärkarens 10-ingång kortsluten.
Justera bort voltmeterutslaget med S. Använd knappen!
- 3 b) Summator, integrator (Modul SI).
Beträffande trimning av summator, integrator, se Tekniska beskrivningen.

Kö 4: Teckenvändare

- 4 a) Anslut olika spänningar (Kö 1) till en I-ingång och av-
läs utspänningen med voltmeteren, P-kopplad!
Stämmer teckenvändareformeln, $y = -x$?
Belasta teckenvändaren med 10 kohm. Ändrades utspänningen?

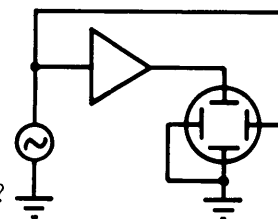


Fig 4.a

- 4 b) Mata teckenvändarens 1-ingång med en lågfrekvent sinussignal enligt figur 4.a. Studera utsignalen med XY-skrivare eller XY-kopplat oscilloskop - DC-kopplat. Fotografera gärna. Bestäm begränsningsspänningarna och bedöm linjäriteten. Rita gärna i skrivarepapperet eller på fotot linjen $y = -x$.

I oscilloskopfallet: öka frekvensen tills kurvan förvrängs p g a fasvridning och/eller förstärkningsminskning.

Kö 5: Summator

- 5 a) Anslut två olika spänningar till var sin ingång (olika ingångsfaktorer). Studera utspänningen. Stämmer summatorformeln $y = -\sum K \cdot x$? Om digitalvoltmeter användes, anteckna ev avvikelser från formeln. Om någon OVERLOAD-lampa lyser, kassera det värdet på utspänningen.
- 5 b) Två signaler med samma frekvens men olika kurvformer adderas till en ny kurvform, som studeras med oscilloskop.

Kö 6: Integrator

Läge SET på funktionsomkopplaren.

- 6 a) Anslut -1,0 V till en I-ingång. Anslut voltmeter (POTENTIAL-kopplad), digitalvoltmeter, oscilloskop (DC-kopplat) eller TY-skrivare till utgången. I oscilloskopfallet anslutes uttaget TRIG till oscilloskopets yttre trigg-ingång, med triggomkopplaren ställd för trigging på negativgående flank. I skrivarefallet, starta skrivaren. Vrid över funktionsomkopplaren i läge COMPUTE. Efter exakt 10 sekunder, avläs utspänningen. HOLD. Stämmer integratorformeln

$$y = -U_0 - \int_0^t (\sum Kx) dt ?$$

Återgå till SET-läget.

- 6 b) Prova olika spänningar, infaktorer och tider. Kassera alla utspänningsvärden, som fås när någon OVERLOAD-lampa lyser. Byt till en 2-ingång och avläs utspänningen efter exakt 5 sekunder. Byt till en 0,5-ingång (1-ingång och potentiometer med $a = 0,5$) och avläs utspänningen efter exakt 20 sekunder. En fördubbling av en integrators ingångsfaktor medför tydligen, att ett visst förlopp tar hälften så lång tid. En halvering av ingångsfaktorn medför en tidsfördubbling. Detta är bakgrunden till olika metoder för tidskalning.
- 6 c) Prova med -2 V x 2 och +5 V x 1 samtidigt under 10 sekunder! Stämmer formeln?
- 6 d) Mata integratorn med en fyrkantvåg med låg frekvens. Vilken kurvform erhålles? Om så behövs, mata in en lämplig potential på en annan ingång för att få utpotentialen symmetrisk kring noll-linjen.

6 e) Utför 6 a och 6 d med $U_0 = +5 \text{ V}$ respektive -5 V !

Om modulen sitter i basenheten, använd gärna REPEAT-koppling. Välj lämplig tid med ratten REPEAT-TIME.

Kö 7: HOLD-funktionen

Utför 6 a eller 6 d, men HOLD-koppla efter 5 sekunder. Återgå till COMPUTE efter ytterligare 10 sekunder.

Under HOLD-tillståndet skall utpotentialen ej ändras nämnvärt (c:a 0,1 % på 10 sekunder).

Kö 8: Olinjär länk

8 a) Med koppling enligt figur 8 a, mata in en sinussignal och studera utsignalen med oscilloskop eller TY-skrivare.
Justera potentiometrarna så, att utpotentialen begränsas vid $+6 \text{ V}$ och -4 V .

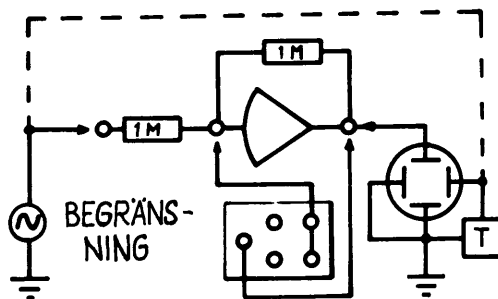


Fig 8.a

8 b) Med koppling enligt figur 8 b, mata in samma sinussignal och studera utsignalen.
Justera potentiometrarna så, att dödزونen begränsas av -5 V och $+3 \text{ V}$.

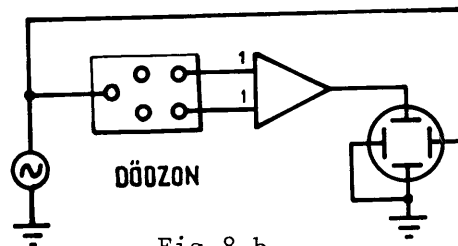


Fig 8.b

8 c) Mata in en sinussignal med låg frekvens enligt kopplingen i figur 8 c. Studera utsignalen med XY-oscilloskop eller TY-skrivare.

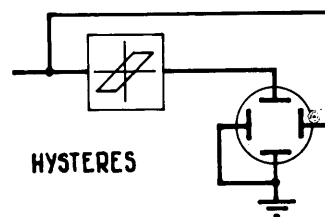


Fig 8.c

8 d) Prova gärna någon av hysteres-kopplingarna i Analog-Programming Handbook!

8 e) Med koppling enligt 8 d kan länken användas som dubbel potentialgivare.

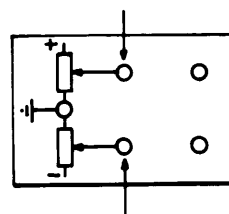


Fig 8.d

ANALOGITEKNIK: LABORATIONER

Beträffande instrument och apparater, se "Kopplingsövningar"

Lab 1.	Polynom	Sid 29
Lab 2.	Parameterform	Sid 29
Lab 3.	Diff. ekv. I (Matematisk)	Sid 30
Lab 4.	Diff. ekv. I (Fysikalisk)	Sid 30
Lab 5.	Diff. ekv. II (Matematisk)	Sid 30
Lab 6.	Diff. ekv. II (Fysikalisk)	Sid 31
Lab 7.	Stabilisering	Sid 32
Lab 8.	Simultana diff. ekvationer	Sid 32
Lab 9.	Potentialkurvor i vakuumdiod och halvledarediod.	Sid 33
Lab 10.	Studium av kastparabel	Sid 34
Lab 11.	Studium av likströmgenerator med induktiv last	Sid 35

Laboration 1: Polynomet $\frac{t^3}{6} - \frac{5t^2}{2} + 9t - 6$

Om möjligt bör (helst flerkanals-) skrivare användas, annars (helst flerkanals-) oscilloskop.

SET-läge

- 1 a) Koppla integrator 1 enligt figur.
Insignal $-1 \text{ V} \times t$, begynnelsevärde -5 V .
Ev. TRIGG till oscilloskopet enligt KÖ 6.

COMPUTE-läge

Jämför utpotentialen med vad integratorformeln ger.

- 1 b) RESET-läge
Koppla in integrator 2 enligt figur.
Begynnelsevärde -9 V .

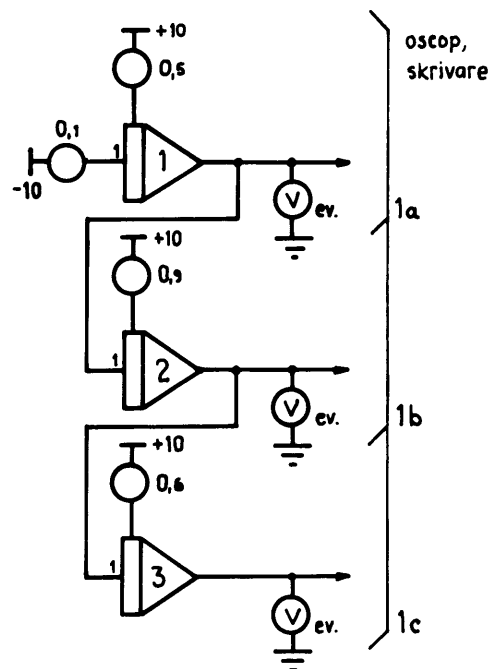
OPERATE-läge

Studera utpotentialen.

- 1 c) RESET-läge
Koppla in integrator 3 enligt figur.
Begynnelsevärde -6 V .

OPERATE-läge

Studera utpotentialen, fotografera gärna i oscilloskop-fallet. Verifiera gärna några punkter på kurvan, särskilt max, min och inflexion.



Laboration 2: Parameterform

Funktionsgenerator behövlig för lågfrekvent sinussignal, ev. kan koppling enligt fig 9:1 användas.

RESET-läge

- 2 a) Välj $f = 0,17 \text{ Hz}$ (för att få $\omega = 1$). Insignal = $7,1 \text{ V}$
Koppla enligt figur. Potentiometerinställning = 1.
OPERATE-läge när $\sin t = 1$.

Oscilloskopet eller skrivaren får

$x\text{-signal} = 10 \cdot \sin t$

$y\text{-signal} = 10 \cdot \cos t$

vilket betyder en cirkel med radien 10 V .

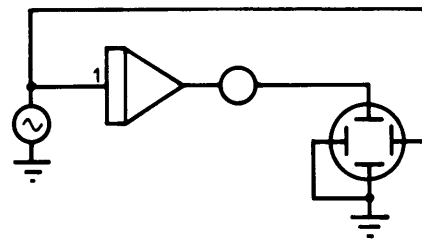
- 2 b) Ändra potentiometerinställningen till $0,5$.

Då blir $x\text{-signalen} = 10 \cdot \sin t$

$y\text{-signalen} = 5 \cdot \cos t$

vilket betyder en ellips.

Använd $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ för att skriva cirkelns och ellipsens ekvationer utan parametern t .

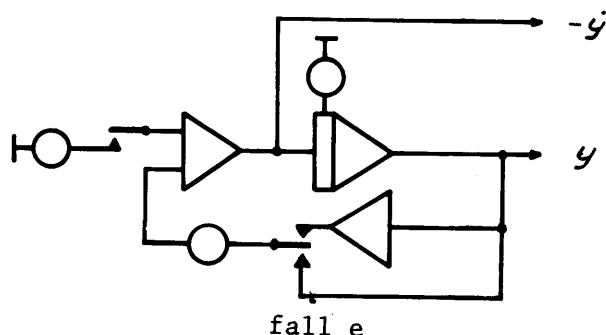


Laboration 3: Diff. ekv. I (matematisk)

Gör storhetsundersökning och amplitudskalning samt tidsskala där så behövs.

Rita schema, koppla för registrering av både y och \dot{y} , kör.
Gärna statisk och dynamisk check.
Korrigerar skalor.

- a) $\dot{y} + 0,2 y = 0$ ($y_0 = 8$)
Ekvationen är tillrättalagd för
 $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = 1$.
- b) $\dot{y} + 0,2 y = \sqrt{1,4}$
- c) $\dot{y} + 16 y = 0$ ($y_0 = 8,32$)
- d) $\dot{y} + 0,0118 y = \sqrt{1,08}$
- e) $\dot{y} - 0,2 y = 0$ ($y_0 = 1,2$)
Här rekommenderas $\alpha = \beta = 1$.



Laboration 4: Diff. ekv. I (fysikalisk)

$$\dot{y} + 20 \cdot y = \sqrt{0,32} \quad (y \text{ i meter } \sqrt{0,32} \text{ i newton})$$

$$T = 50 \text{ ms}, \quad y_{\max} = 0,016 \text{ m}, \quad \dot{y}_{\max} = 0,32 \text{ m/s}$$

(Kontrollera!)

Tidskala, förslagsvis med $\beta = 100$.

$$\text{Tidskalad systemekvation: } \dot{y} + 0,2 \cdot y = \sqrt{0,0032}$$

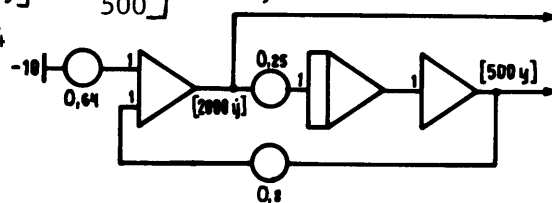
$$T_{ts} = 5 \text{ s}, \quad \dot{y}_{\max} = 0,0032 \text{ m/s. (Kontrollera!)}$$

Förslag till α -värden: 500 resp. 2000.

$$\text{Maskinekv: } [2000 \dot{y}] = - \frac{2000}{500} \cdot 0,2 [500 y] - \frac{2000}{500} \sqrt{500 \cdot 0,0032}$$

eller: $[2000 \dot{y}] = - 0,8 [500 y] - \sqrt{6,4}$

Uppkoppling:



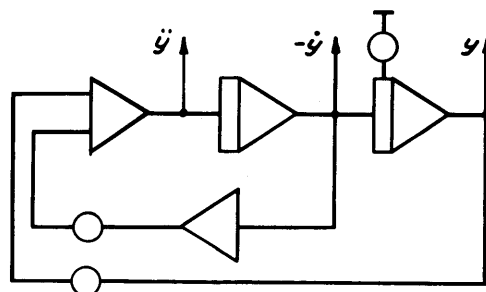
Gör checkning och rimlighetskontroll. Efter körning, korrigerar alla skalor.

Laboration 5: Diff. ekv. II (Matematisk)

$$\ddot{y} + 9,8 \dot{y} + 0,9 y = 0 \quad (y_0 = 7,25)$$

Gör storhetsundersökning och amplitudskalning. Ekvationen är tillrättalagd för alla $\alpha = \beta = 1$.

Rita schema för registrering av funktion och derivator. Koppla, checka och kör. Korrigerar skalorna.



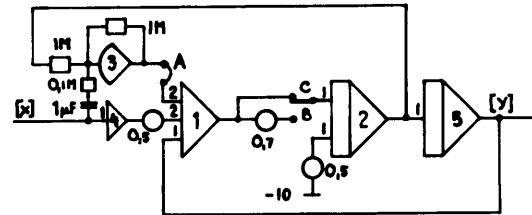
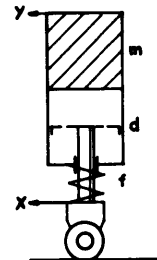
Laboration 6: Diff. ekv. II (fysikalisk)

Olika system för bilfjädring skall studeras mycket förenklat: en fjärdedel av bilens massa antas belasta ett viktlöst hjul med fjädrar och stötdämpare. Hjulet antas överföra vägens ojämnheter utan att däckets fjädrar och hjulen påverkar inte varandra.

$m = 300$ $f = 30.000$ $d = 6.000$ $g = 10$ (SI-enheter)
 $x = 0$ (slät väg) ger ekvationen: ($\alpha = 50$, $\beta = 0,2$)

$\ddot{y} + 2\dot{y} + y + 0,1 = 0$
 $x = 0$ ger ekvationen:
 $\ddot{y} + 2(\dot{y} - \dot{x}) + (y - x) + 0,1 = 0$

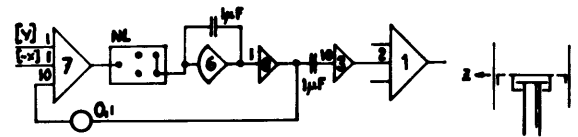
Detta ger kopplingen i figuren, där bilens viloläge i höjdlid är $= -0,1$ m, i maskinen (y) = -5 Volt.



a) Symmetrisk oljedämpare

b) Glapp mellan hjul och dämpkolv

Derivatagrenen brytes vid A, och kopplingen kompletteras med derivata-hysterreslänken i figuren. Ställ in min. hysterresbredd och beräkna med hjälp av α , hur stort det mekaniska glappet är.



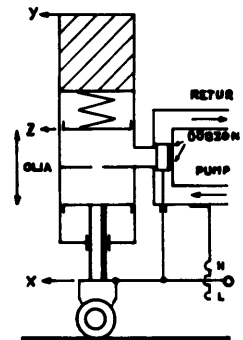
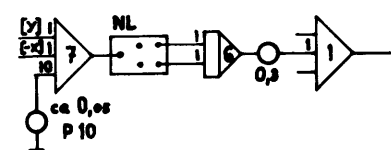
c) Osymmetrisk dämpare av vanlig typ

Vid A i kopplingen enl. a) inkopplas en teckenriktig, osymmetrisk dödzonslänk, se figuren. Ställ in minimal dödzon.



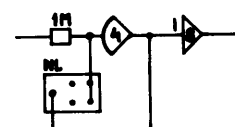
d) Integrerande markhöjdsregulator

Kopplingen enl. a) kompletteras enl. figuren. Ställ in minimal dödzon. Markhöjden kan ställas in med potentiometern P10.



e) Stötdämpare med enbart torrfriktion

Vid A i kopplingen enl. a) inkopplas en teckenriktig begränsare med stor förstärkning, se figuren. Ställ in begränsaren på min.



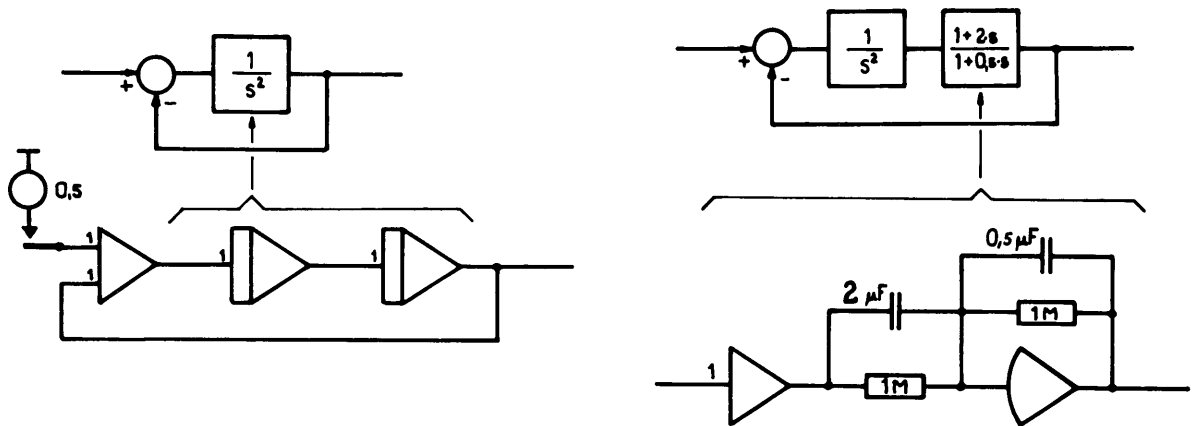
I samtliga fall:

- Skriv eller studera med voltmeter massans läge y som funktion av tiden om
- 1) sedan (y) stabiliserats efter COMP, massan ökas med ca 40% (omkastareläge B)
 - 2) massan minskas till 100% (omkastareläge C)
 - 3) (x) är en kort eller lång puls med amplituden +2 V (gatsten, trottoar)
 - 4) (x) är en sinussignal: 0,5 Hz, 1 V_{tt} (dålig väg)

Laboration 7: Stabilisering

Koppla upp ett icke stabilt system enligt figur. Kontrollera instabiliteten genom att mata systemet med ett språng. Operate-läge hela tiden.

Koppla in en stabiliserande serielänk. Kontrollera med samma språng, att systemet blivit stabilt, trots att serielänken icke dämpar vid någon frekvens. Gör gärna en frekvensanalys och bestäm fasmarginalen.



Laboration 8: Simultana differentialekvationer

Många komplicerade system kan uppfattas som samarbetande delsystem. Som exempel visas två kopplade, mekaniska system med samma resonansfrekvens.

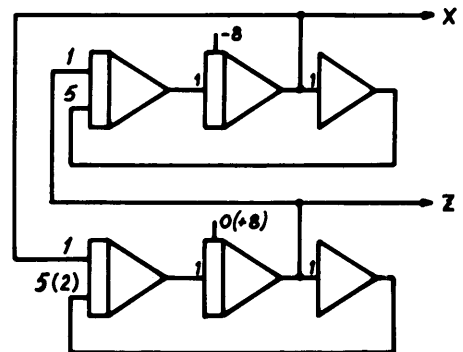
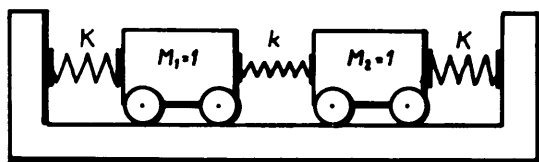
För vänstra systemet gäller: $\ddot{x} + Kx + k(x - z) = 0$

För högra systemet gäller: $\ddot{z} + Kz + k(z - x) = 0$

eller: $\ddot{x} + (K + k)x - kz = 0$

$\ddot{z} + (K + k)z - kx = 0$

Väljes $K = 4$ och $k = 1$, varav $K + k = 5$, så fås kopplingen:



Ena systemet startas och om möjligt skrivs x och z samtidigt. Det framkommer klart, hur svängningsenergin vandrar mellan delsystemen.

Det blir ingen energivandring, om de båda delsystemen får lika stora men motsatta begynnelsevärden.

Viskös friktion kan simuleras på vanligt sätt i ett delsystem eller i båda.

Byte av ytterfjädrar i endera delsystemet medför ändrad resonansfrekvens. Bytet simuleras med en annan ingångsfaktor, säg $K + k = 2$. Energibytet mellan delsystemen blir inte totalt.

Laboration 9: Potentialkurvor i vakuum- och halvledarediod (ej kvantitativt)

Förenklad formulering av Poissons lag: $Q = \text{const} \cdot dK/dx$
 $K = dU/dx$
 $\text{const} = 9 \cdot 10^9$

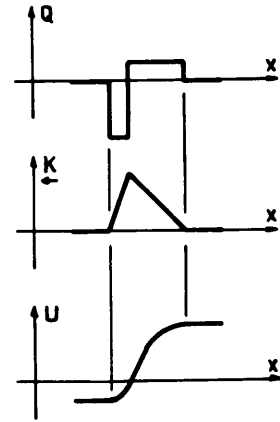
Vakuumdiod:

Q-kurvan (laddningsfördelningen, elektronmolnet) approximeras med en exponentialfunktion.

K-kurvan (fältdelningen) fås genom integration. Till laddningsfältet kommer ett fält p g a yttre spänning mellan anod och katod.

Detta varierar med begynnelsevärdet i integrator 2. U-kurvan (potentialfördelningen) fås genom ytterligare en integration.

Avståndet katod-anod antas motsvara 10 sekunder.



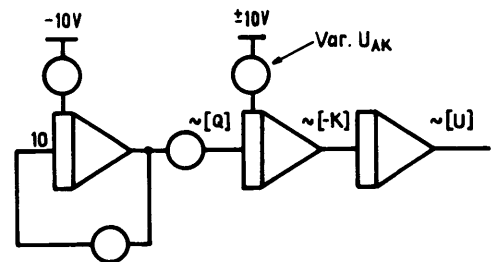
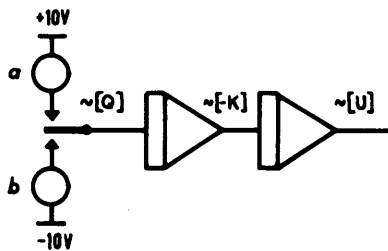
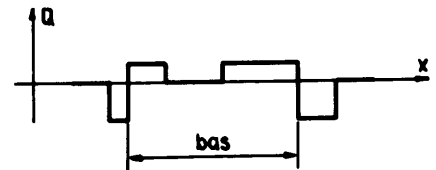
Halvledarediod, transistor:

Q-kurvan ges av omkastaren A. Symmetrisk dopning motsvarar $a = b$, osymmetrisk motsvarar $a \neq b$. Spärrskiktets tjocklek antas motsvara $c:a$ 5 sekunder.

K-kurvan fås genom integration. Omkastaren A ställs i mittläge exakt när $K = 0$.

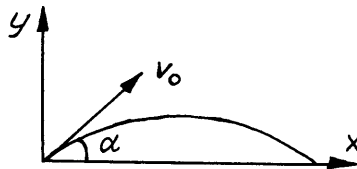
U-kurvan fås genom ytterligare en integration.

I transistorfallet rekommenderas: EB-skiktets tjocklek får motsvara $c:a$ 5 sekunder, BK-skiktets tjocklek $c:a$ 10 sekunder. Om skiktens tjocklek varierar för att simulera olika U_{be} och U_{BK} (U_{KE}), observera att avståndet mellan K-trianglarnas topp (teckenbytet i Q-kurvan) skall hållas konstant. I annat fall kommer inte basvidsmodulationen fram på rätt sätt.



Laboration 10: Studium av kastparabel

I många tekniska sammanhang förekommer ekvationer i parameterform. I detta fall är det en kastbanas två koordinater x och y , som anges medelst parametern tiden t .



Utgångshastigheten = V_0 m/s

Utgångsvinkeln = α°

varav $\dot{x}(t=0) = V_0 \cos \alpha$ respektive $\dot{y}(t=0) = V_0 \sin \alpha$

Om alla krafter utom tyngdkraften försummas, blir enligt Newton

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = -mg \end{cases} \quad \text{integrering ger} \quad \begin{cases} \dot{x} = C_1 \\ \dot{y} = -gt + C_2 \end{cases} \quad \text{varav} \quad \begin{cases} \dot{x} = V_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

enligt begynnelsevillkoren ovan. Integrera! $\begin{cases} x = t V_0 \cos \alpha + C_3 \\ y = 0,5 g t^2 + t V_0 \sin \alpha + C_4 \end{cases}$

Men enligt figuren ovan är $x(0) = y(0) = 0$ varför $C_3 = C_4 = 0$

Om man nöjer sig med utgångshastigheten $V_0 \leq 30$ m/s kan man uppskatta maximalvärden för t , x och y på följande sätt:

Vid nedslaget gäller att $y = -0,5 g t^2 + t V_0 \sin \alpha = 0 \rightarrow t_{\text{nedsl.}} = \frac{V_0 \sin \alpha}{0,5 g}$

varav $x_{\text{nedsl.}} = \frac{V_0 \sin \alpha}{0,5 g} \cdot V_0 \cos \alpha = \frac{V_0^3 \sin 2\alpha}{g}$ för $\alpha = 45^\circ$ erhålles $x_{\text{max}} =$

$$\frac{V_0^2}{g} \approx 90 \text{ m.}$$

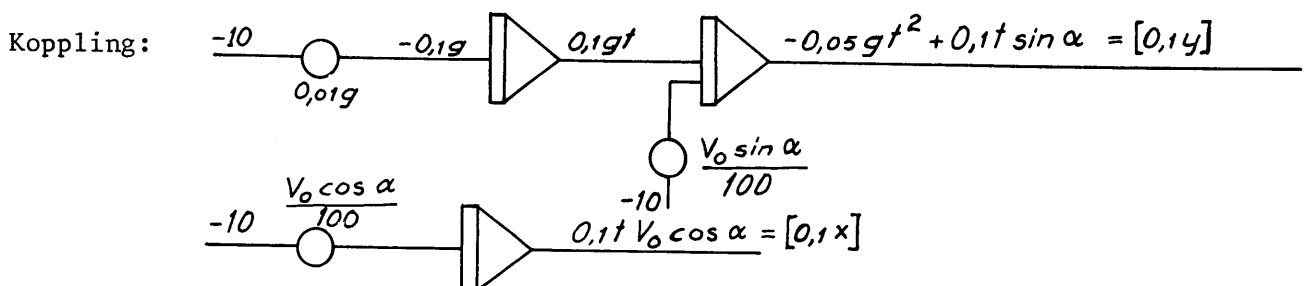
Banans topp inträffar vid $t = 0,5 t_{\text{nedsl.}}$ varav $y = \frac{-0,5 g V_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g} =$

$$\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

För $\alpha = 90^\circ$ erhålles $y_{\text{max}} = \frac{V_0^2}{2g} \approx 45$ m samt $t_{\text{max}} = \frac{V_0}{0,5 g} \approx 6$ sek.

Man ser att det är lämpligt att studera $[0,1 x]$ och $[0,1 y]$ med en skrivare.

Ekvationerna blir då $\begin{cases} [0,1 x] = 0,1 t V_0 \cos \alpha \\ [0,1 y] = -0,05 g t^2 + 0,1 t V_0 \sin \alpha \end{cases}$



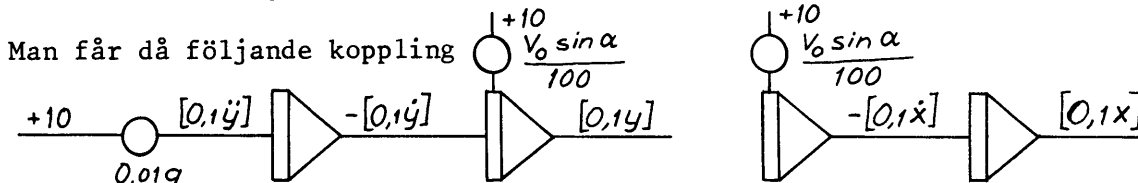
Inställningar: Börja t ex med $V_o = 20$ m/s och $\alpha = 30^\circ$ varav

$$\frac{V_o \sin \alpha}{100} = 0,100; \quad \frac{V_o \cos \alpha}{100} = 0,217 \text{ resp. } \frac{g}{100} = 0,098.$$

Studera kastparabeln på en XY-skrivare och variera α med konstant V_o och vice versa.

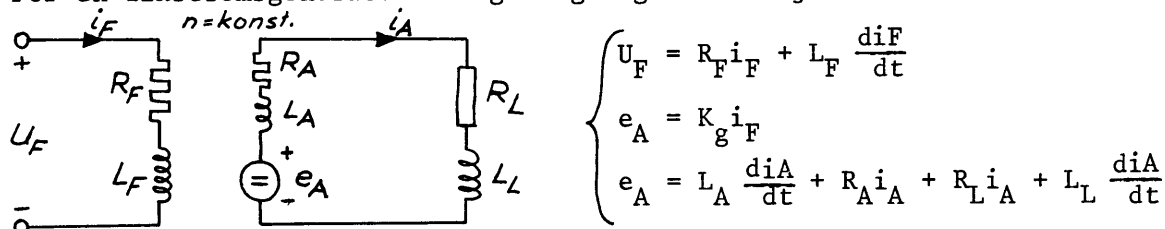
Om oscilloskop skall användas bör man byta till 10-ingångar på integratorerna, d v s $\beta = 0,1$.

Observera att man istället kan utgå direkt från diff.ekvationerna $\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases}$ samt införa integratorer med begynnelsevärden på vanligt sätt.



Laboration 11: Studium av likströmgenerator med induktiv last

För en likströmgenerator enligt figur gäller följande samband:



För en viss generator med märkeffekten 8 kW, då generatorm används som förstärkare med induktiv last, gäller följande: U_F är instorhet och i_A utstorhet.

Man kan uppskatta maximalvärdena enligt skalningstabellen nedan.

Fys. variabel	Max.värde	Skalfaktor	Maskinvariabel
U_F	180 V	0,05	$[0,05 U_F]$
i_F	0,7 A	10	$[10 i_F]$
e_A	200 V	0,05	$[0,05 e_A]$
i_A	40 A	0,2	$[0,2 i_A]$

$$\begin{cases} R_F = 250 \text{ ohm} \\ L_F = 125 \text{ H} \\ K_g = 300 \text{ V/A} \\ R_A = 0,25 \text{ ohm} \\ L_A = 0,5 \text{ mH} \\ R_L = 5,5 \text{ ohm} \\ L_L = 2,3 \text{ H} \end{cases}$$

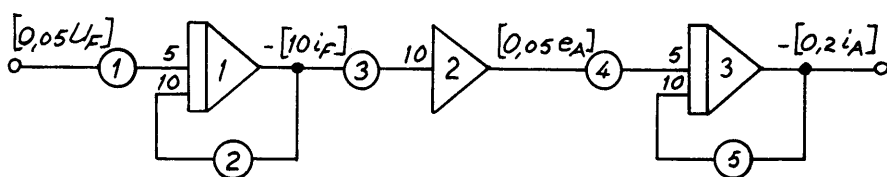
Högsta derivatan löses ut i ekvationerna som skalas

$$\begin{cases} \frac{1}{10} \frac{d [10 i_F]}{dt} = - \frac{R_F}{L_F} \frac{[10 i_F]}{10} + \frac{1}{L_F} \frac{[0,05 U_F]}{0,05} \\ \frac{[0,05 e_A]}{0,05} = K_g \frac{[10 i_F]}{10} \\ \frac{1}{0,2} \frac{d [0,2 i_A]}{dt} = - \frac{R_A + R_L}{L_A + L_L} \frac{[0,2 i_A]}{0,2} + \frac{1}{L_A + L_L} \frac{[0,05 e_A]}{0,05} \end{cases}$$

Hyfsning respektive insättning av de aktuella värdena ger

$$\begin{cases} \frac{d [10 i_F]}{dt} = -\frac{R_F}{L_F} [10 i_F] + \frac{200}{L_F} [0,05 U_F] = -2 [10 i_F] + 1,6 [0,05 U_F] \\ [0,05 e_A] = \frac{K_g}{200} [10 i_F] = 1,5 [10 i_F] \\ \frac{d [0,2 i_A]}{dt} = -\frac{R_A + R_L}{L_A + L_L} [0,2 i_A] + \frac{4}{L_A + L_L} [0,05 e_A] = -2,5 [0,2 i_A] + 1,74 [0,05 e_A] \end{cases}$$

Nu kan kopplingsschema respektive potentiometerlista anges:



POTENTIOMETERLISTA

Nr	Inställn.	Anm.
1	320	$40/L_F$
2	200	$R_F/10 L_F$
3	150	$K_g/2000$
4	348	$0,8/(L_A+L_L)$
5	250	$\frac{(R_A+R_L)}{10(L_A+L_L)}$
6	168	$0,04 \frac{K_g}{L_F(L_A+L_L)}$

Förstärkare 2 bör användas för att undvika två potentiometrar i rad. Annars måste pot. 3 justeras efter större ändringar på pot. 4, vilket lätt glöms bort.

Då lösningstiden visar sig bli cirka 5 sek lämpar sig denna koppling bäst för studium med skrivare och för oscilloskopstudium bör man tidskala genom att öka inställningsvärdena på pot. 1, 2, 4 och 5, t ex med en faktor 4, d v s $\beta = 0,25$.

Studera $- [10 i_F]$ och $- [0,2 i_A]$ då systemet utsättes för en språngstörning $[0,05 U_F] \approx -5$ V.

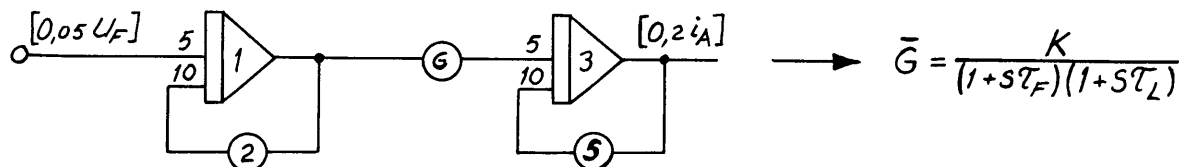
Bryt upp systemet efter förstärkare 2 och studera $- [0,2 i_A]$ då man lägger på ett språng $[0,05 e_A] \approx -5$ V.

Med hjälp av dessa studier kan man kontrollera om tidskonstanterna

$$\tau_F = \frac{L_F}{R_F} = 0,5 \text{ sek och } \tau_L = \frac{L_L + L_A}{R_L + R_A} = 0,4 \text{ sek samt förstärkningskonstanten}$$

$$K = \frac{K_g}{R_F (R_A + R_L)} = 0,21 \text{ A/V stämmer.}$$

Om man studerar ett system där generatoren endast utgör en del, intresserar man sig inte för i_F och e_A och kan då använda en enklare koppling, som svarar direkt mot den för reglerteknikern välkända överföringsfunktionen.



TEKNISK BESKRIVNING

ALLMÄNT

IANUS-A är en analogmaskin, speciellt konstruerad för undervisning. IANUS består av 4 summatorer/integratorer, 4 summatorer, 2 olinjära element, 6 koef-ficientpotentiometrar, 2 visarinstrument, referenspotentiometer, kontrollenhet och kraftaggregat. Enheterna är monterade i ett kraftigt stativ av stålplåt, som försetts med bärhandtag upptill för att underlätta transport.

Enheterna är av plug-in typ och uppbyggda på tryckta glasfibernkort. De är för-sedda med stora tydliga symboler och monterade vertikalt för bästa avläsbarhet.

GRUNDENHET

Grundenheten består av ett stativ i vilket kraftaggregat och nätpanel är monterade. De olika enheterna sätts in från framsidan och fästes med ett snäplås som kombi-nerats med handtag. I grundenheten är mångpoliga kontakter monterade så att enhe-terna automatiskt ansluts när de sätts in.

Nätspänning, 220 V, 50 Hz, ansluts via nätkabeln, som är monterad på höger sida. Analogimaskinen kopplas till med strömställaren på frontpanelens högra sida.

Intill strömställaren finns även en signallampa samt en säkring. På vänster sida finns monterat ett uttag för anslutning av yttre kontrollenhet.

SUMMATOR

Summatorplattan består av två separata förstärkare (summatorer) med tillhörande komponenter. Varje summator har tre ingångar, två 1-ingångar och en 10-ingång. Förstärkningen är -1 respektive -10 gånger. Varje förstärkare är försedd med en balanseringspotentiometer för nolljustering.

INTEGRATOR/SUMMATOR

Integratorplattan består av en förstärkare med tillhörande komponenter. Med hjälp av en omkopplare på fronten kan motkopplingskomponenten väljas att vara antingen ett motstånd, en kondensator eller valfri yttre komponent. Integratorn har sex ingångar, två 1-ingångar, två 2-ingångar, en 5-ingång och en 10-ingång. Dessutom finns ingång för begynnelsevärde U_0 . Integratorns funktion styrs av två reläer, monterade på socklar.

POTENTIOMETERPANEL

På varje potentiometerpanel är tre skjutpotentiometrar samt ett visarinstrument monterat. Potentiometrarna kan anslutas antingen till plus eller minus 10 volt eller till yttre källa. Visarinstrumentet som kan kopplas antingen som voltmeter eller kvotmeter har tre områden ± 10 V, ± 2 V och $\pm 0,7$ V. Med en tryckknapp kan känsligheten ökas till $\pm 0,2$ V. Det är skyddat för överbelastning med antiparallell-kopplade dioder.

KONTROLLENHETEN

Denna har en omkopplare "OUTPUT SELECTOR", med vilken samtliga förstärkares ut-gångar kan nås.

Funktionsomkopplaren med vilken maskinen styrs har följande lägen:

SLAVE	används på undermaskinerna då flera analogimaskiner sammankopplats.
SET	används vid uppkoppling och inställning av koefficientpotentiometrar samt återställning av integratorerna.
COMP	är det läge där maskinen löser det uppkopplade problemet.
HOLD	ger möjlighet att stoppa (frysa) problemlösningen så att momentana värden kan uppmätas utan fel till följd av tidsdifferens.
REP	för automatisk repetitiv problemlösning så att maskinen själv kopplar mellan SET och COMP. Tiden kontinuerligt variabel från 2 - 20 sek.

Två signallampor indikerar automatiskt maskinens funktionsläge, SET eller COMP.

Två signallampor indikerar om någon förstärkare är överstyrd, positivt eller negativt.

Det är möjligt att elektriskt dela maskinen i två delar med hjälp av en omkopplare på kontrollenheten. Om en yttre kontrollenhet ansluts via kontakten på vänstra sidan, kan två grupper oberoende av varandra samtidigt lösa enklare problem.

Balansering av förstärkarna

Samtliga förstärkare är balanserade vid leveranskontrollen men de kan ibland behöva viss efterjustering för att erhålla högsta noggrannhet.

Låt maskinen värmas upp cirka 15 minuter. Ställ funktionsomkopplaren på kontrollenheten (märkt CU) i läge "COMP". Kortslut med en kopplingsladd ingången märkt 10 till jord (svart kontakt) på samtliga summatorer (märkta SS). Anslut utgången från en summator åt gången till visarinstrumentets nollringång. Omkopplaren under visarinstrumentet skall stå i läge P. Justera med en skruvmejsel potentiometern märkt U under respektive förstärkare för noll på instrumentet. Instrumentets känslighet ökas om tryckknappen under detta trycks in. Tag bors kortslutningarna från summatorerna.

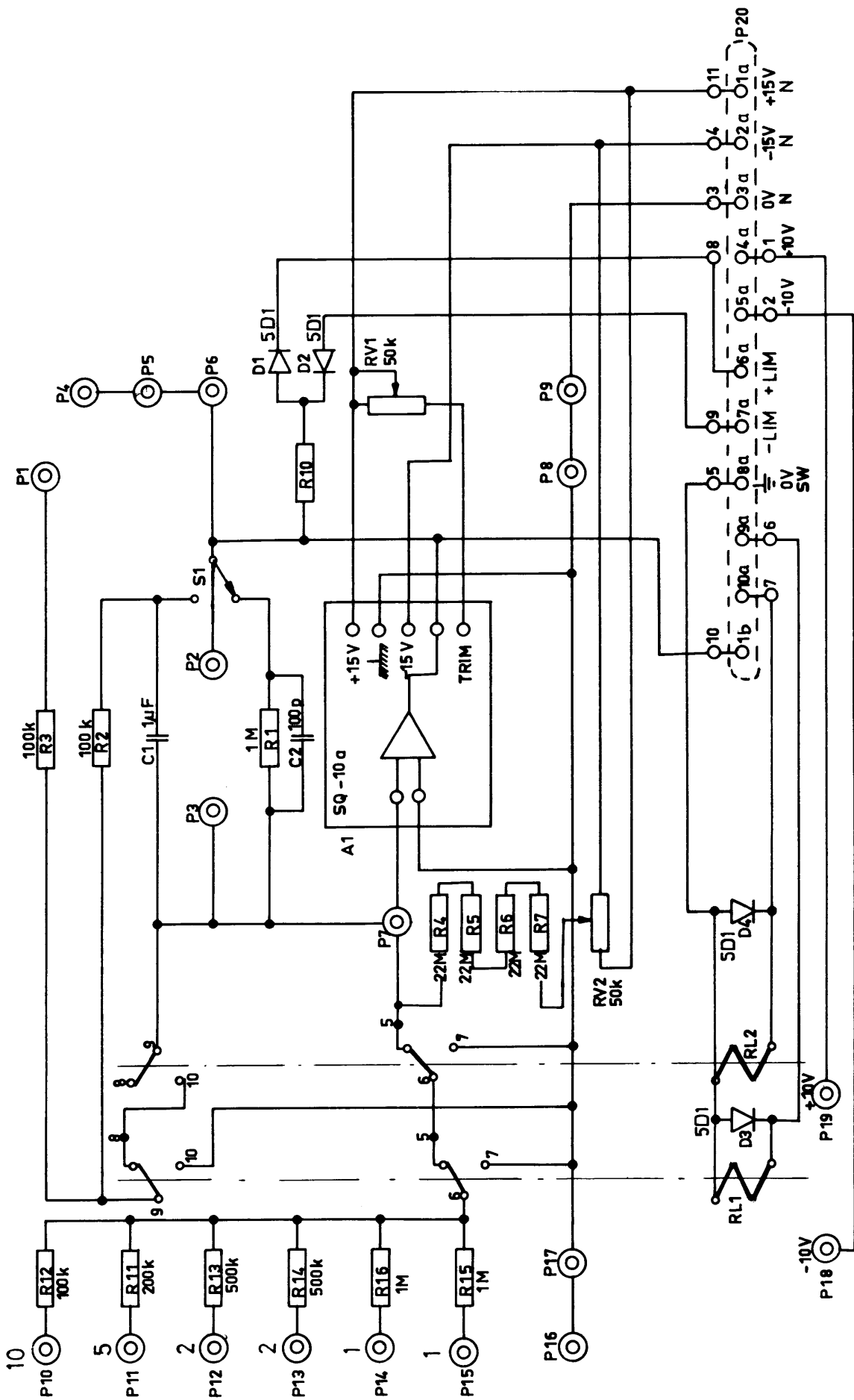
På integratorerna (märkta SI) skall både spänning och ström balanseras.

Kortslut med en kopplingsladd ingången märkt 10 till jord. Ställ omkopplaren på integratorn i integreringsläge (uppåt) och anslut utgången till visarinstrumentets nollringång. Justera potentiometern märkt U så att visaren står stilla. Om visaren har hunnit driva utanför området kan den återställas till mittläget genom att funktionsomkopplaren vrids till läge SET, och omedelbart tillbaka till läge COMP.

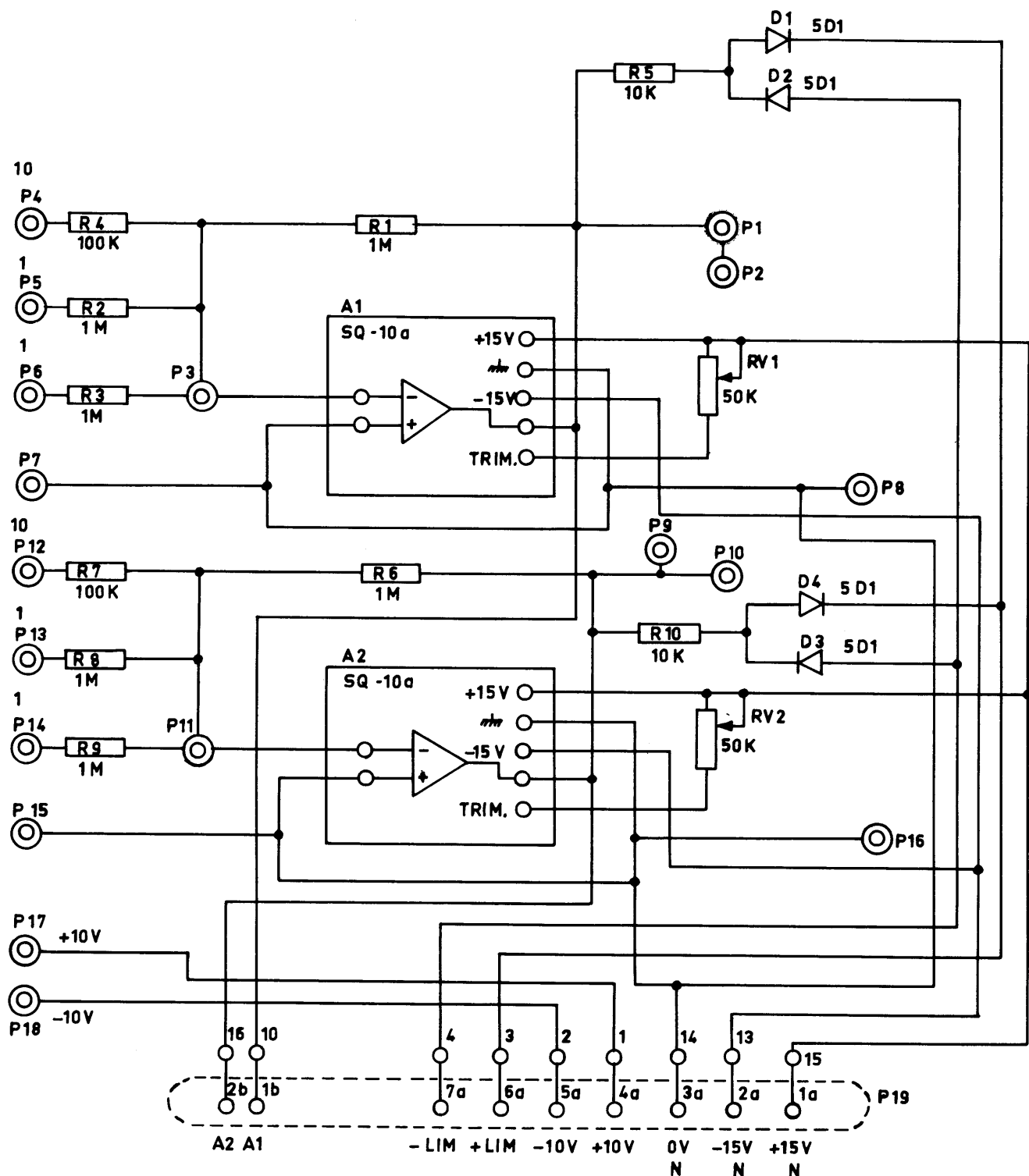
Flytta kortslutningen från 10-ingången till 1-ingången och justera potentiometern märkt I så att visaren står stilla. Gå tillbaka och kortslut 10-ingången till jord och justera potentiometern märkt U så att visaren åter igen står stilla. Upprepa denna växelvis trimning till dess ingen ytterligare justering krävs.

INTEGRATORPLATTA

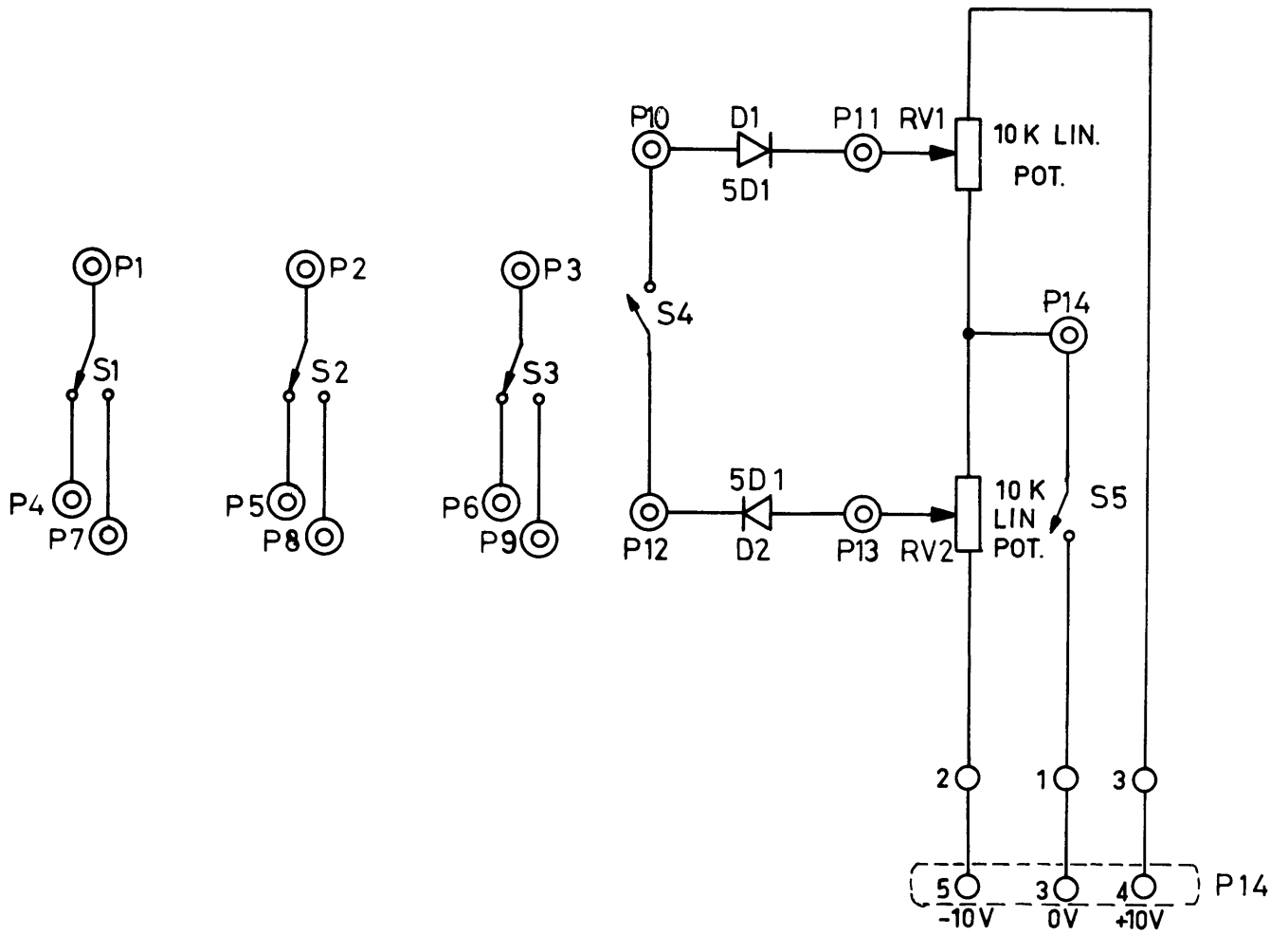
Krettschema



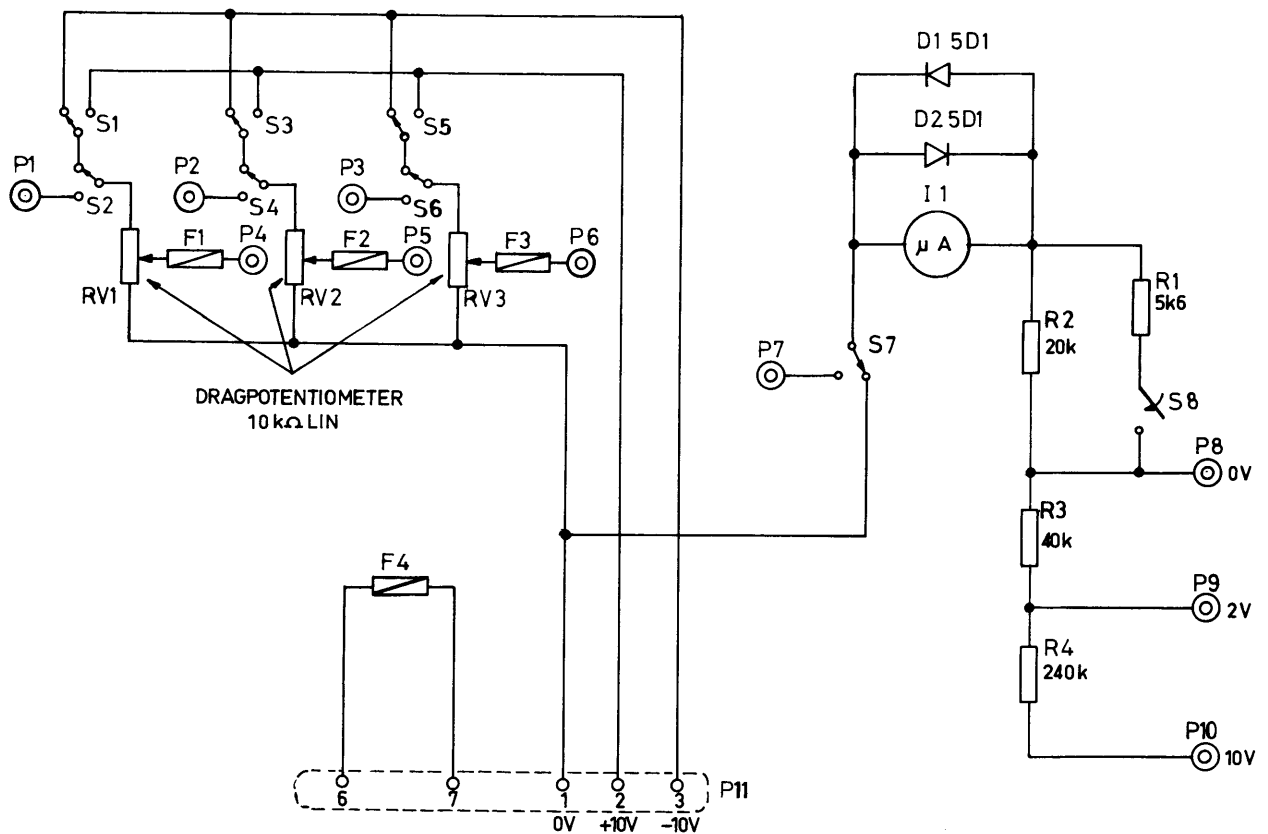
SUMMATORPLATTA KRETSSCHEMA



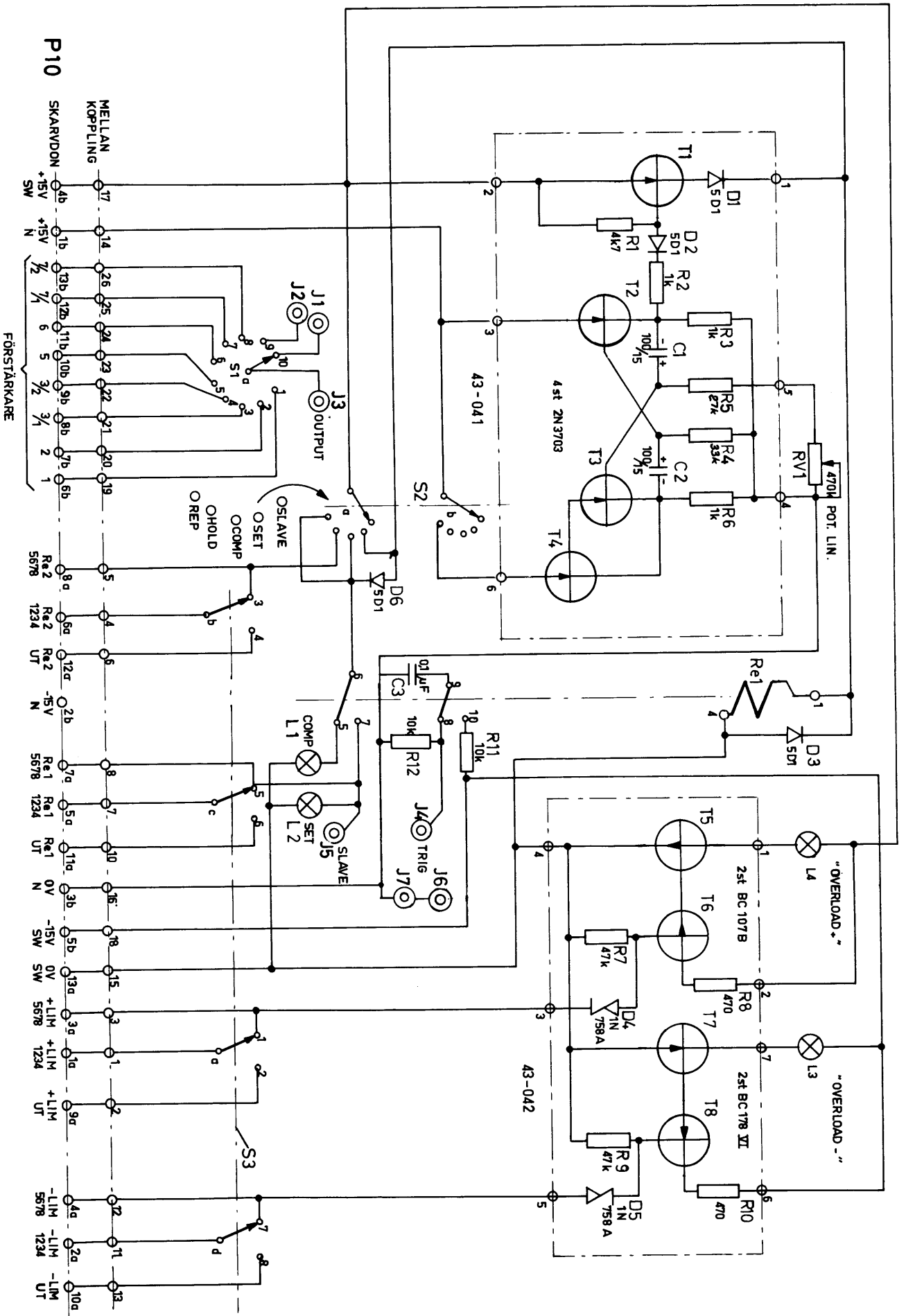
NL-PLATTA KRETSSCHEMA



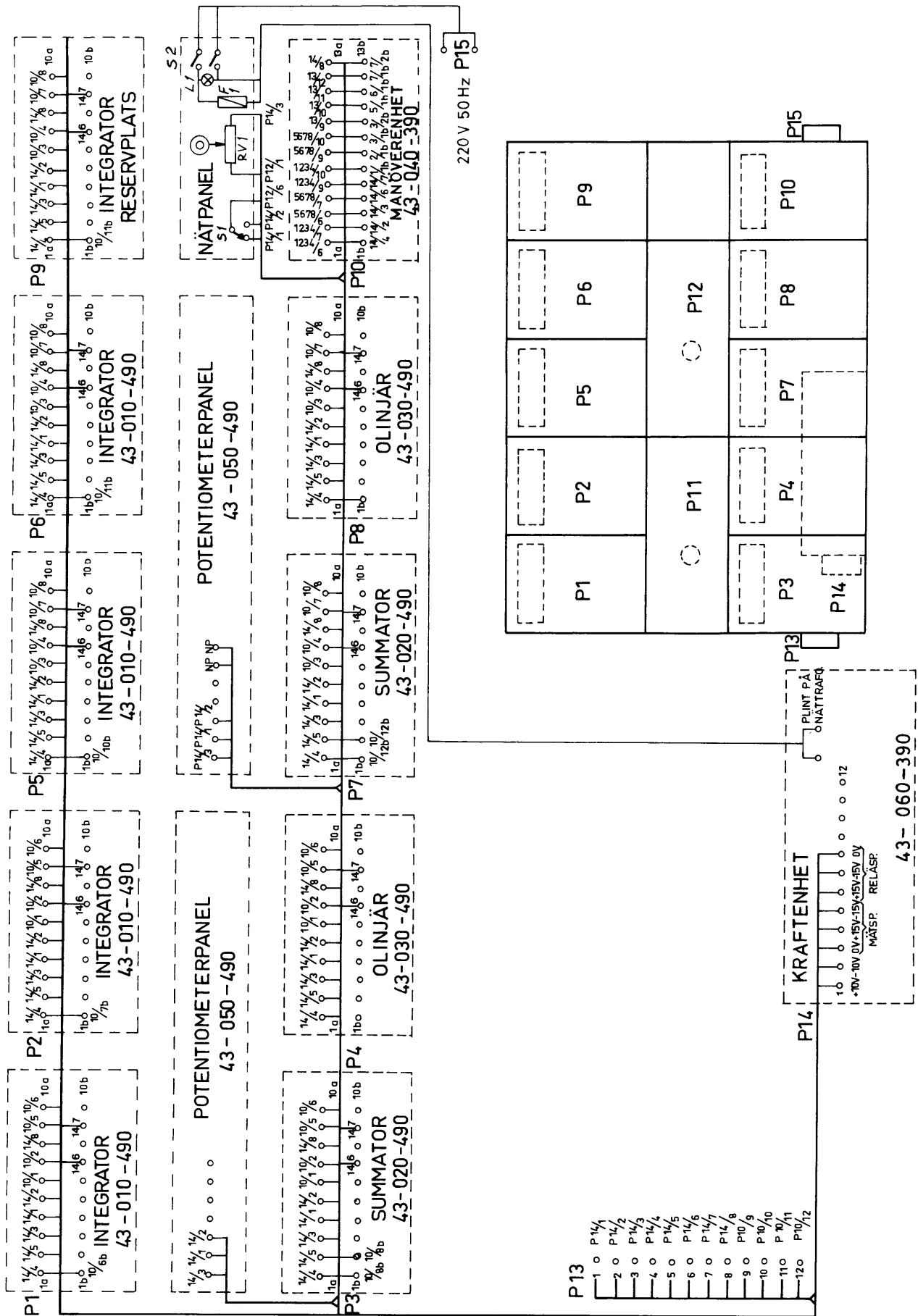
POTENTIOMETERPANEL KRETSSCHEMA



KONTROLLENHET



IANUS SAMMANKOPPLING



KOMPONENTFÖRTECKNING

SUMMATOR

R 1	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 2	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 3	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 4	Motstånd	100 kohm	1 %	1/2 W
R 5	Motstånd	10 kohm	10 %	1/2 W
R 6	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 7	Motstånd	100 kohm	1 %	1/2 W
R 8	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 9	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 10	Motstånd	10 kohm	1 %	1/2 W
RV 1	Pot.	50 kohm	Helipot	
RV 2	Pot.	50 kohm	Helipot	
A 1	OP-först.	SQ-10a	Philbrick/Nexus	
A 2	OP-först.	SQ-10a	Philbrick/Nexus	
D1-D4	Diod	5 D 1	Int. Rec.	
P1-P18	4 mm Hylskontakt			
P 19	Kontakt		Cannon	

INTEGRATOR

R 1	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 2	Motstånd	100 kohm	1 %	1/2 W
R 3	Motstånd	100 kohm	1 %	1/2 W
R 4	Motstånd	22 Mohm	10 %	1/2 W
R 5	Motstånd	22 Mohm	10 %	1/2 W
R 6	Motstånd	22 Mohm	10 %	1/2 W
R 7	Motstånd	22 Mohm	10 %	1/2 W
R 10	Motstånd	10 kohm	10 %	1/2 W
R 11	Motstånd	200 kohm	1 %	1/2 W
R 12	Motstånd	100 kohm	1 %	1/2 W
R 13	Motstånd	500 kohm	1 %	1/2 W
R 14	Motstånd	500 kohm	1 %	1/2 W
R 15	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
R 16	Motstånd	1 Mohm	1 %	1/2 W
RV 1	Pot.	50 kohm	Helipot	
RV 2	Pot.	50 kohm	Helipot	

KOMPONENTFÖRTECKNING

INTEGRATOR forts.

A 1	OP-först.	SQ-10a	Philbrick/Nexus
D1-D4	Diod	5D1	Int. Rec.
C 1	Kond.	1 uF	1 % ERO
C 2	Kond.	100 pF	1 %
RL 1	Relä	2-pol.växl.	Siemens
RL 2	Relä	2-pol.växl.	Siemens
P1-P19	Hylskontakt	4 mm	
P 20	Kontakt	Cannon	
S 1	Omkopplare	1-pol.växl.	

POTENTIOMETERPANEL

R 1	Motst.	5,6 kohm	1 %	1/2 W
R 2	Motst.	20 kohm	1 %	1/2 W
R 3	Motst.	40 kohm	1 %	1/2 W
R 4	Motst.	240 kohm	1 %	1/2 W
RV 1	Pot.	10 kohm	lin.	
RV 2	Pot.	10 kohm	lin.	
RV 3	Pot.	10 kohm	lin.	
D 1	Diod	5D1	Int. Rec.	
D 2	Diod	5D1	Int. Rec.	
F1-F4	Säkring	50 mA		
I 1	Instrument	50-0-50 uA		
P1-P10	Hylskontakt	4 mm		
P 11	Kontakt	McMurdo		
S1-S7	Omkopplare	1-pol.växl.		

OLINJÄR PLATTA

RV 1	Pot.	10 kohm	lin.
RV 2	Pot.	10 kohm	lin.
D1-D2	Diod	5D1	Int. Rec.
S1-S5	Omkopplare	1-pol.växl.	
P1-P13	Hylskontakt	4 mm	
P 14	Kontakt	Cannon	

KOMPONENTFÖRTECKNING

KONTROLLENHET

R 1	Motst.	4,7 kohm	
R 2	Motst.	1 kohm	
R 3	Motst.	1 kohm	
R 4	Motst.	33 kohm	
R 5	Motst.	39 kohm	
R 6	Motst.	1 kohm	
R 7	Motst.	47 kohm	
R 8	Motst.	470 ohm	
R 9	Motst.	47 kohm	
R 10	Motst.	470 ohm	
R 11	Motst.	10 kohm	
R 12	Motst.	10 kohm	
RU 1	Pot.	470 k	lin
D1-D3	Diod	5D1	Int. Rec.
D4-D5	Zenerdiod	1N758A	Texas
D 6	Diod	5D1	Int. Rec.
S 1	Omkopplare		
S 2	Omkopplare		
RL 1	Relä	2-pol.växl.	Siemens
P1-P7	Hylskontakt	4 mm	
T1-T4	Transistor	2N3703	Texas
T5-T6	Transistor	BC107B	
T7-T8	Transistor	BC178B	

GRUNDENHET

RV 1	Pot.	10 kohm	10 varv	Scandia Metric AB
F 1	Säkring	1,5 A		
S 1	Omkopplare	1-pol.växl.		
S 2	Omkopplare	2-pol.omk.		
L 1	Glimlampa	220 V		
	Kraftenhet	43-060-390		Scandia Metric AB

08/820410 · SCANDIA **METRIC** AB · FACK · 171 03 SOLNA 3

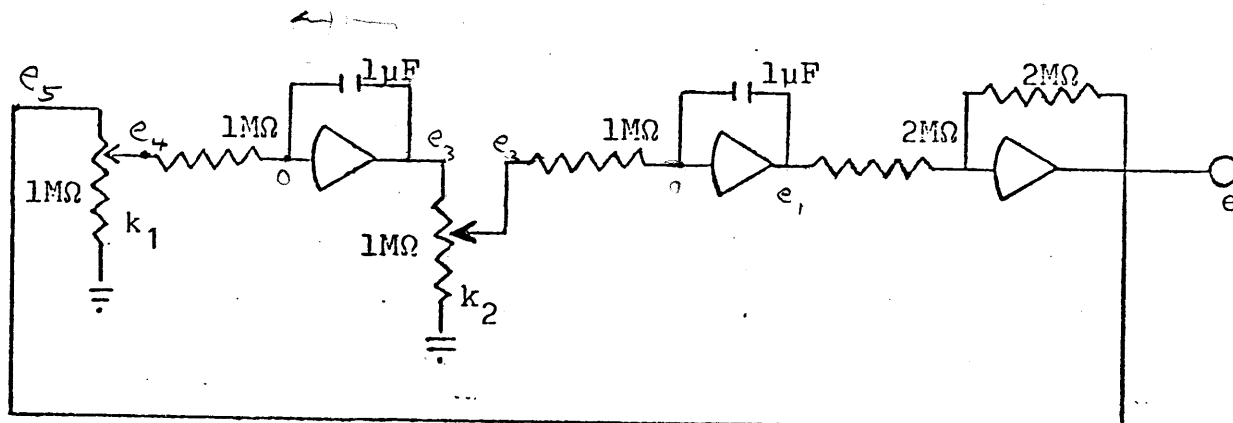
Pris 7:50 exkl. moms

AUTOMATISK PROCESREGULERING

5. Opgavesæt

Opgave 5.1

Bestem potentiometerværdierne og integratorernes begyndelsesværdier således, at kredsløbet på figuren genererer funktionen $e = 10 \cos 0,4 \tau$



Opgave 5.2

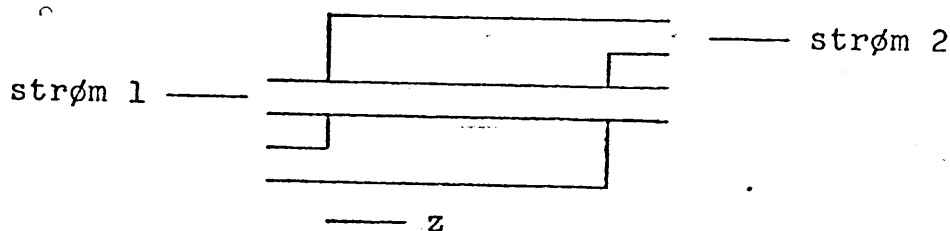
Vis, at en modstrøms, dobbeltrørs varmeveksler i stationær tilstand beskrives af differentiallyingningerne:

$$U_1 \frac{dT_1}{dz} = \frac{UA}{C_1 \rho_1 V} (T_2 - T_1)$$

$$U_1 \frac{dT_2}{dz} = \frac{UA}{C_1 \rho_1 V} \cdot \frac{F_1 C_1}{F_2 C_2} (T_2 - T_1)$$

Opstil et skaleret koblingsdiagram til løsning af disse ligninger på analogmaskine med de nedenfor viste værdier.

Hvorledes kan analogmaskineløsningen anvendes til beregning af varmevekslerens længde.



AUTOMATISK PROCESREGULERING

Løsning til 5. opgavesæt

Opgave 1

Betragtes den givne funktion fås

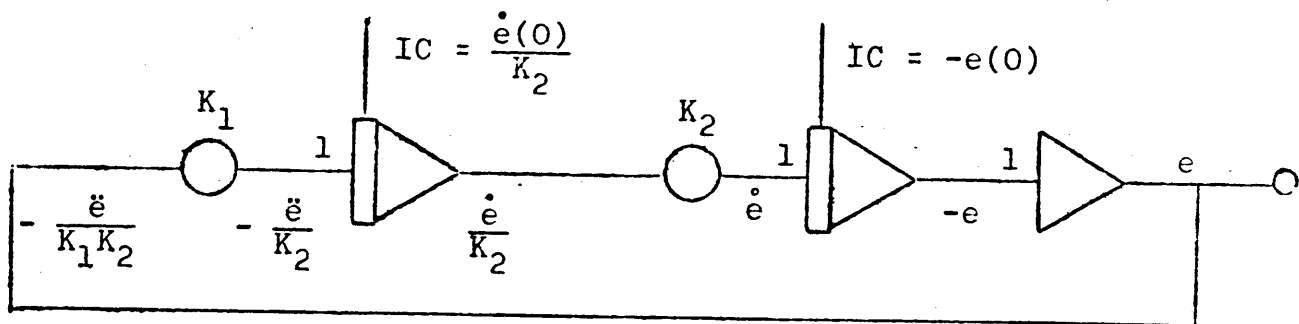
$$e(\tau) = 10 \cos(0,4\tau) \qquad e(0) = 10$$

$$\dot{e}(\tau) = -4 \sin(0,4\tau) \qquad \dot{e}(0) = 0$$

$$\ddot{e}(\tau) = -1,6 \cos(0,4\tau) = -0,16 e(\tau)$$

I det givne kredsløb kan man let, ved at gå baglæns rundt gennem kredsløbet, opskrive dettes variable, hvorefter fås:

$$\ddot{e} = -K_1 K_2 e$$



Heraf ses, at såfremt $K_1 K_2$ sættes lig 0,16 og begyndelsesbetingelserne for de to integratorer sættes til henholdsvis $IC_1 = \frac{1}{K_2} \dot{e}(0) = 0$ og $IC_2 = -e(0) = -10$, vil det givne kredsløb genere den ønskede funktion.

En størrelsesskalering vil give de mest hensigtsmæssige værdier for henholdsvis K_1 og K_2 , dvs. det forhold mellem K_1 og K_2 , som medfører den bedste udnyttelse af forstærkernes tilladte arbejdsområde, som her sættes til ± 10 volt.

$$e_{\max} = 10 \text{ giver maskinvariablen } e$$

$$\dot{e}_{\max} = 4 \text{ giver maskinvariablen } 2,5\dot{e}$$

Da disse maskinvariable netop er forstærkernes udgangssignaler, fås straks: $2,5\dot{e} = \frac{1}{K_2} \dot{e}$, hvorefter:

$$\underline{\underline{K_1 = 0,4}}$$

$$\underline{\underline{K_2 = 0,4}}$$

~~HS~~ HS

ANALOG RECHNEN

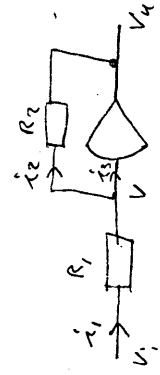
EU ANALOG RECHNEN KAN

1. ADDIEREN
2. INTEGRIEREN
3. MULTIPLIZIEREN

ÄBEN FORSTÄRKER



OPERATIONS FORSTÄRKER



FORSTÄRKUNG $\approx \infty$ $10^6 - 10^8$

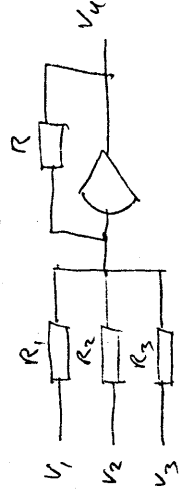
$V_4 \approx \infty \cdot V_1 \Rightarrow V_4 \approx 0 \Rightarrow i_3 \approx 0$

$i_1 = i_2 = i$

$V_1 - 0 = R_1 \cdot i \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = - \frac{V_4}{R_2} \Rightarrow V_4 = - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_1$

FORSTÄRKER VON DER + FORSTÄRKER

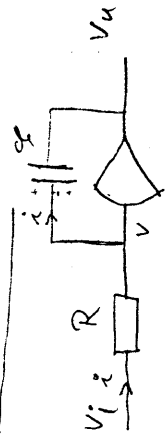
MAN KAN USE:



$V_4 = - \left[\frac{R}{R_1} V_1 + \frac{R}{R_2} V_2 + \frac{R}{R_3} V_3 \right]$

SUMMATOR \Rightarrow ADDITION + SUBTRACTION

INTEGRATOR



SYMBOL



$V = 0$

$V_1 - 0 = R \cdot i$

$i = \frac{dq}{dt}$

$q = C \cdot V = C(0 - V_4)$

$\frac{dq}{dt} = -C \frac{dV_4}{dt}$

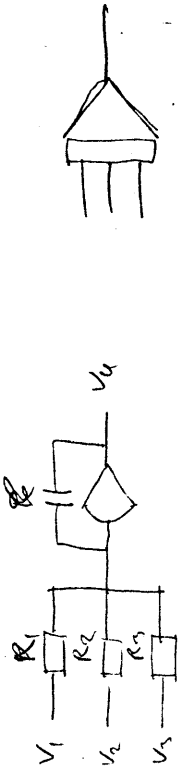
$i = -C \frac{dV_4}{dt}$

$V_1 = -R \cdot C \frac{dV_4}{dt}$

$V_4 = - \frac{1}{RC} \int V_1 dt$

TIKS241111

TILSVARENDE KAN USFS:

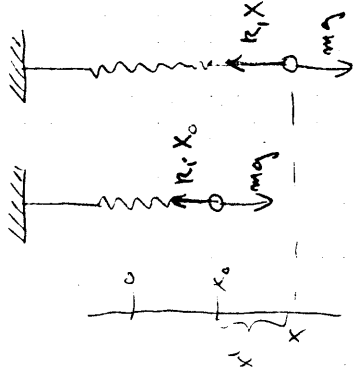


$$V_u = - \int \frac{1}{R_1} v_1 + \frac{1}{R_2} v_2 + \frac{1}{R_3} v_3 \, dt$$



EXEMPEL

SVINGENDE PENDUL



LICKEVECT:

$$mg = k_1 x_0$$

$$x_0 = \frac{mg}{k_1}$$

$$\uparrow k_1 x - mg = m a \quad \wedge \quad x = x_0 + x'$$

$$k_1 (x_0 + x') - mg = m a$$

$$\downarrow k_1 x_0 + k_1 x' - mg = m a$$

$$mg + k_1 x' - mg = m a$$

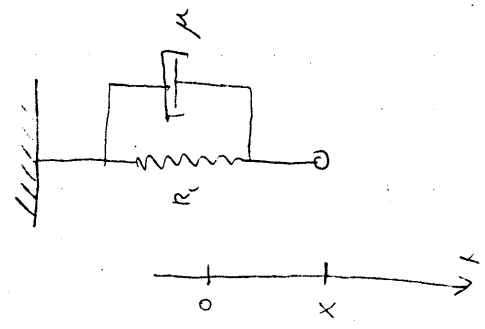
$$\boxed{k_1 x' = m a}$$

KONKLUSION: REGNAR X UD FRÅ LICKEVECT-SAMNING

STÄLL DER SÅS BOLT FRÅ TYNGDEKRAFT

DAEMPNING

VI REGNEN NU UD PÅA UGE-
VÆGTSTILLINGEN



NEWTON II

$$\vec{F}_{R_1} + \vec{F}_{\mu} = m\vec{a}$$

$$\downarrow -k_1 x - \mu \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + k_1 x = 0$$

ELLEN

$$m \ddot{x} + \mu \dot{x} + k_1 x = 0$$

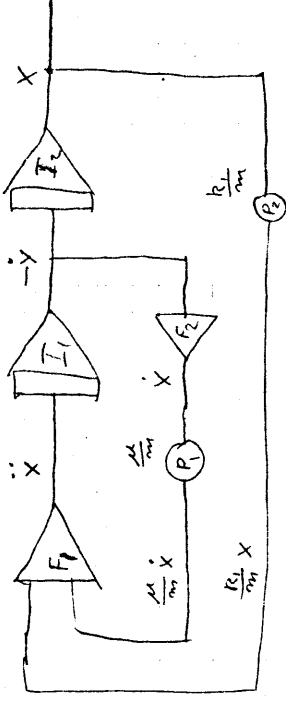
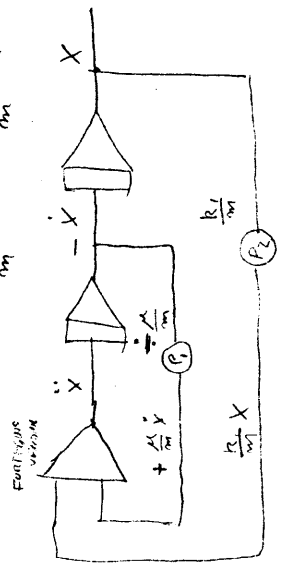
VI VIL PRØVE AT GØRE DENNE PÅ ANVENDTELESEN

VI FØLDSHÆTEN \ddot{x} KENDT



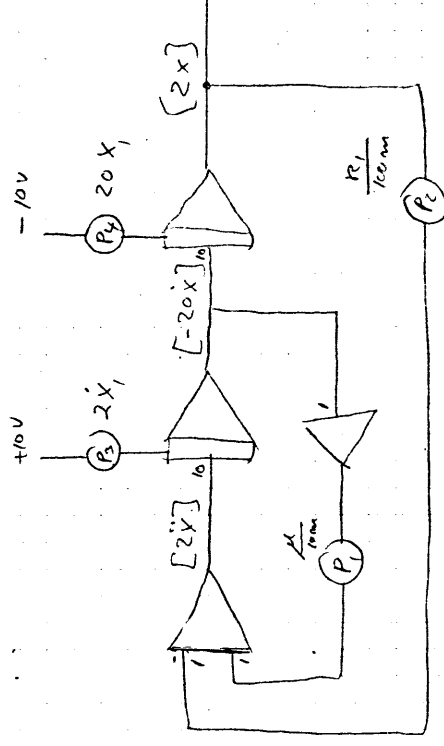
OMSKRIVNING

$$\ddot{x} = -\frac{\mu}{m} \dot{x} - \frac{k_1}{m} x$$



BEGYNDERES BÆTTELSE

INDSÆTTES VED FØLDSHÆTEN AT OPLØSE KONSTRUKTIONEN
TIL BÆSTEMT VEJLØS



TALVIERU ER:

FJEDER (JUS)

$$k_1 = 2,5 \text{ N/m}$$

MASSIE

$$m = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 25 \text{ g}$$

DAMPNING

$$\mu = 0,1 \text{ Ns/m}$$

$$z=0 \Rightarrow \dot{x}=0 \wedge x = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

$$P_1: \frac{\mu}{10 \text{ m}} = \frac{0,1}{10 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 0,4 \quad (1)$$

$$P_2: \frac{k_1}{100 \text{ m}} = \frac{2,5}{100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 1,0 \quad (2)$$

$$P_3: 2 \dot{x} = 2 \cdot 0 = 0 \quad (3)$$

$$P_4: 20 x = 20 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 1,0 \quad (4)$$

APERIODISK TILFÆLDE

$$\frac{k_1}{m} = \frac{\mu^2}{4m^2} \Rightarrow k_1 = \frac{\mu^2}{4m} = \frac{0,1^2}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 0,1$$

$$P_1: 0,4$$

$$P_2: \frac{0,1}{100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 0,04$$

$$P_3: 0$$

$$P_4: 1,0$$

$$x=0 \quad \dot{x} = 0,5 \text{ m/s}$$

$$P_3 = 2 \dot{x} = 2 \cdot 0,5 = 1,0$$

$$P_4 = 0$$

APERIODISK $\mu = 0,25 = 2,5 \cdot 10^{-1}$

$$P_1 = \frac{\mu}{10 \text{ m}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-1}}{10 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 1,0$$

$$P_2 = \frac{\mu^2}{4m} = \frac{2,5^2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 0,625$$

$$P_3: \frac{k_1}{100 \text{ m}} = \frac{2,5}{4 \cdot 100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\ddot{x} = -\frac{Z}{\mu} \dot{x} + \frac{\omega_0^2}{2} x - \frac{\omega_0^2}{2} y + 2 \frac{Z}{\mu} u_i$$

$$\ddot{y} = -\frac{Z}{\mu} \dot{y} + \frac{\omega_0^2}{2} x - \frac{\omega_0^2}{2} y$$

$$a = \frac{Z}{\mu} = \frac{415}{2500} = 0.166 \text{ sek}^{-2}$$

$$b = \frac{c}{d} = 34000$$

$$\omega_0 = 106 \text{ sek}^{-1}$$

$$\frac{\omega_0^2}{2} = \frac{Z}{\mu} \cdot \frac{c}{d} = 5644 \text{ sek}^{-2}$$

$$f_0 = 16.9 \text{ Hz}$$

$$= a \cdot b$$

$$\ddot{x} = -0.166 \dot{x} + 5644(x-y) + 2 \times 0.166 u_{i,0} \sin(\omega t)$$

$$\ddot{y} = -0.166 \dot{y} + 5644(x-y)$$

1

$$\frac{P_t}{P_i} = \frac{Z \ddot{y}}{Z u_i} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega \mu}{Z}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{Z}{\mu}\right)^2 \frac{1}{\omega_0^2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}$$

Fra

Gudmund Rafn

DTU

22/6 - 05

/OK