

## Orthogonal variansanalyse.

### 1. Programmets funktion.

Programmet kan anvendes på et datamateriale, der er inddelt i grupper efter et vist antal kriterier på en sådan måde, at der i hver af de mulige grupper er lige mange observationer. Programmets opgave er at frembringe de nødvendige størrelser til testning af visse hypoteser vedrørende gruppemiddelværdierne. Beregningerne hviler på den hypotese, at observationerne indenfor den enkelte gruppe følger en normal fordeling. Denne hypotese bliver ikke testet.

### 2. Datastrimmelens opbygning.

Datastrimmelens opbygning fremgår af det anførte eksempel. Forud for hvert datamateriale anbringes imellem kantede parenteser den nødvendige information til identifikation af datamaterialet.

Derefter følger antal kriterier, antal observationer i den enkelte gruppe, antal værdier af de enkelte kriterier samt datamaterialet. Dataene forudsættes alle at have samme antal decimaler. Forud for selve datamaterialet hules decimaltallet, hvorefter dataene hules som heltal gruppe for gruppe. Grupperne følger efter hinanden i hierarkisk orden efter de forskellige kriterier, således at et kriterium først skifter værdi, når det nærmest foregående har gennemløbet alle sine mulige værdier. Det sidste datamateriale på strimmelen afsluttes af end code.

### 3. Resultaterne.

Resultaterne fremkommer i form af en tabel, der skrives ved hjælp af lineskriver eller hules på strimmel af perforator. Hver tabel afsluttes af stopsymbol, der af lineskriveren kan konverteres til formularskrift. Tabellens opbygning ses af det anførte eksempel.

Først kommer identifikationsoplysningerne, der var hullede mellem de kantede parenteser, derefter inputparametrene. Så følger middeltal og spredning indenfor hver gruppe. Hver linie indledes med kriterieværdierne for den pågældende gruppe, så følger middeltal og spredning.

Derefter følger Bartlett's  $\chi^2$ -størrelse og det tilsvarende antal frihedsgrader til brug for test af den hypotese, at alle grupperne har samme teoretiske varians.

Ved de følgende varianser har man medtaget de tilsvarende kvadratafgivelsessummer for at lette en eventuel videregående analyse af materialet. x)

Der følger nu den poolede varians indenfor grupper og variansen mellem grupper samt de tilsvarende antal frihedsgrader. Disse varianser kan sammenlignes ved et  $v^2$ -test. Såfremt et sådant test ikke viser signifikans, kan variationen mellem grupper betragtes som en tilfældig variation, og den følgende analyse har da mistet sin betydning. I så fald vil man som skøn over variansen tage den totale varians, som følger i næste linie.

- x) Såfremt Bartlett's test fører til forkastelse af hypotesen om variansernes identitet, er forudsætningen for den videre analyse bortfaldet.

Middelværdi og spredning i de enkelte grupper, Bartlett's test og variansen inden for grupper fremkommer kun, hvis der er mere end een observation i hver celle.

Den resterende del af tabellen repræsenterer en analyse af en hypotese om, at den enkelte gruppes middelværdi er sammensat additivt af komponenter, der er tilordnet de forskellige kombinationsmuligheder mellem kriterieværdierne. Kvadratafgivelsessummen for variationen mellem grupper spaltes op i en række kvadratsummer af middeltalskomponenter. De pågældende kvadratsummer er markeret med 1-taller og 0-er, således at de kriterier, ud for hvis nummer der står 0, ikke indgår i komponenterne, medens der summeres over alle kombinationer af værdier af de kriterier, ud for hvis nummer der står 1. Hypoteser om, at middelværdikomponenterne ikke afviger fra 0, kan testes ved  $v^2$ -tests. Såfremt der er flere observationer i hver gruppe, kan man ved  $v^2$ -testene sammenligne med den poolede varians indenfor grupper. Såfremt der kun er een observation pr. gruppe, har man kun den mulighed at sammenligne varianserne med den varians, der svarer til interaction af højeste orden.

Såfremt middelværdikomponenterne kan antages i sig selv at være stokastiske variable, har man mulighed for at estimere deres varians. Variansestimaterne for middelværdikomponenterne er i tabellen betegnet som varianskomponenter. Disse varianskomponenter kan formentlig kun estimere de tilsvarende teoretiske størrelser med rimelig sikkerhed i materialer, der er væsentligt større end det anførte prøveeksempel.

#### 4. Køretid.

Dataindlæsning, beregning og udskrift ved hjælp af lineskriver tog for det anførte eksempel 40 sekunder. Køretiden må formodes at stige proportionalt med antal værdier af de enkelte kriterier og eksponentielt med antal kriterier.

#### 5. Kodens opbygning.

Programmet er kodet i DASK-algol. Algoritmen er vedlagt. Der foreligger en selvindlæsende strimmel indeholdende det oversatte program.

#### 6. Programmets kapacitet.

Idet  $m$  betegner antal kriterier og  $M_i$  antal værdier af det  $i$ 'te kriterium, bestemmes programmets kapacitet af uligheden

$$\prod (1 + M_i) \leq 675$$

#### 7. Kørselsinstruks.

Den selvindlæsende strimmel indlæses konventionelt (0 til register, 00008 til ASOP, 0000000017 til AR, start). Datastrimmel i strimmellæseren. Start. Når maskinen stopper som følge af end code sidst på datastrimmelen, indsættes den næste datastrimmel i strimmellæseren. Start.

8. Litteraturhenvisninger.

H.O. Hartley: Analysis of variance. ( Side 221-230 i Mathematical Methods for Digital Computers ).

H.B. Mann: Analysis and design of experiments ( Chapter V. )

Henry Scheffe: The Analysis of Variance ( Section 4,3 ).

A. Hald: Statistical Theory with Engineering Applications ( Sections 16,7-16,8 ).

```

begin
integer m, fB, fDbetween, fDinside, d, fDtotal;
real B, Dbetween, Dinside, Dtotal;
integer array M[0:9]; array y[0:674];
procedure orthogonalvarianceanalysis (m) data and variance components:(y)
number of values of the criteria :(M) pooled variance inside cells and the corres-
ponding number of degrees of freedom:(Dinside, fDinside) variance between
cells and the corresponding number of degrees of freedom:(Dbetween, fDbetween)
total variance and the corresponding number of degrees of freedom:(Dtotal, fDtotal)
quantity for Bartlett's test and the corresponding number of degrees of freedom
:(B, fB) number of decimals :(d);
integer m, fB, fDbetween, fDinside, fDtotal, d; real B, Dbetween, Dinside, Dtotal;
integer array M; array y;
comment In y there will first be read in the sums for each cell. Later there in the
first of the same places will be formed the components in which the total variance
between cells have been split up. At last there in the same cells will be formed
the variance components according to a hypothesis after which the means are composed
of random components;
begin integer t, u, v, w; real k, k00, k0;
headlines: begin comment drum program; integer i; trykto(30); trykvr;
trykkopi(⟨[ ]⟩); trykvr; tryktekst(⟨Orthogonal Variance Analysis ⟩);
comment punching of identification numbers; læs(m);
for i:= 0 step 1 until m do læs(M[i]); læs(d); trykvr;
tryktekst(⟨Number of criteria := ⟩); tryk(⟨ndddd⟩, m); trykvr;
tryktekst(⟨Number of values of the criteria := ⟩);
trykvr; for i:=0 step 1 until m do
begin tryk (⟨ndddd⟩, M[i]); v:= if i=0 then 1 else v M[i] end i; trykvr;
tryktekst(⟨Number of decimals:= ⟩); tryk(⟨ndddd⟩, d);
if M[0] ≠ 1 then tryktekst (⟨
Means and standard deviations in cells⟩); t:= 2√m; u:= 2xt; k00:=10√d;
k0:= 10√(2xd) end headlines;
computations: begin
integer i, j, e, f; real b, c, d0; boolean boo, doo;
integer array x[1:m], z[0:m];
datainput: begin comment drum program ; integer a, D;
f:=0; c:=d0:=0; z[0]:=1;
for i:=1 step 1 until m do z[i]:= z[i-1]×(1+M[i]); w:=z[m]; k:= 0.5/w;
Dbetween:=0; doo:=true; for j:=0 step 1 until w-1 do
begin D:=1; boo:= false; for i:= 1 step 1 until m do
begin if D≠0 then D:= entier(j/z[i-1]+ k) - (1+M[i])×entier(j/z[i]+k);
x[i]:=D end i; if D=0 then go to Lpl; a:=e:=0; b:=0;
Le: e:=e+1; læs(D); a:= a+D; if a≠e×D then boo:=true;
b:= b+D√2; if e<M[0] then go to Le;
if e=1 then go to Lpl;
b:=(b-a√2/e)/(e-1); trykvr; for i:=1 step 1 until m do tryk(⟨ndd⟩, x[i]);
tryk(⟨-nddd.0000_m-d⟩, trykml(2), a/e/k00, trykml(2), sqrt(b/k0));
f:=f+1; c:= c+b;
if boo then d0:= d0+ln(b); D:=a; doo:=doo∧boo;
Lpl: Dbetween:= Dbetween + D√2; y[j]:=D; end j end datainput;

```

```

Bartlettcomputations: begin comment drum program;      e:= M[0]-1;
Dttotal:=Dinside:=exc;if e>0 then
  begin fDinside:= excf;  fB:=f-1;      B:=ex(fXln(c/f)-d0)/((1+(f+1)/3/f/e)
  ; trykvr;
  tryktekst(⟨Bartletts test : ⟩); if doo then begin
  tryk(⟨nddd.0000⟩,B); tryk(⟨ndddd⟩,fB)end else tryktekst (⟨ undefined ⟩)
  ;end;trykvr;
  tryktekst(⟨Sums of squares and variances and degrees of freedom ⟩);
  if e>0 thn
  begin trykvr; tryktekst(⟨Inside cells ⟩);
  tryk(⟨--dddd.0000-d⟩,Dinside/k0); trykml(2);
  Dinside:=Dinside/fDinside;      .tryk(⟨-nddd.0000-d⟩,Dinside/k0);
  tryk(⟨ndddd⟩, fDinside); end
  ;trykvr; tryktekst(⟨Between cells ⟩) end Bartlettcomputations;
Variancecomputation: begin integer a;
Vari1: begin comment drum program;
  for i:=1 step 1 until m do
  begin f:= z[i-1];
  for e:=0 step z[i] until w-1 do for a:= 0 step 1 until f-1 do
  begin b:=0;
  for j:=a+e+f step f until a+e+fX[M[i] do b:=b+y[j]; y[a+e]:=b;
  for j:=a+e+f step f until a+e+fX[M[i] do y[j]:= M[i]Xy[j]-b end e end i;
  end Vari1;
Vari2: begin comment drum program;
  for j:=0 step 1 until w-1 do
  begin a:=0; for i:=1 step 1 until m do
  a:= a + 2^(i-1)X sign(entier(j/z[i-1]+k)-(1+M[i])Xentier(j/z[i]+k));
  b:= y[j]^2; y[j]:=0; y[a]:=y[a]+b; end j ; b:= v^2;
  Dbetween:= (Dbetween-y[0]/v)/M[0];
  for a:=1 step 1 until t-1 do y[a] := y[a]/b; end Vari2;
Vari3: begin comment drum program;
  fDbetween:=v-1;
  tryk(⟨-ndddd.0000-d⟩,Dbetween/k0); Dttotal:=Dttotal +Dbetween;
  trykml(2); Dbetween:= Dbetween/fDbetween; tryk(⟨-nddd.0000-d⟩,Dbetween/k0);
  tryk(⟨ndddd⟩,fDbetween) ; fDttotal:= fDinside + fDbetween;
  trykvr;
  tryktekst(⟨T o t a l ⟩); tryk(⟨-ndddd.0000-d⟩,Dttotal/k0);
  Dttotal:=fDttotal/fDttotal; trykml(2); tryk(⟨-nddd.0000-d⟩, Dttotal/k0);
  tryk(⟨ndddd⟩,fDttotal) end Vari3 end Variancecomputation;
finalcomputation: begin integer p,h;
  boo:= true;
  punchvariances: begin comment drum program ;
  for e:=1 step 1 until m do for j:=1 step 1 until t-1 do
  begin f:=0;
  h:=p:=1; for i:= 1step 1 until m do
  begin x[i]:=entier(j/2^(i-1)+k)-2Xentier(j/2^i+k); f:=f+x[i];
  p:= px(M[i]-x[i]X(M[i]-1)); h:=ifboothenhx(1+x[i]X(M[i]-2))else p;
  end i; if -,boo then p:=1;
  if f=e then
begin trykvr; for i:=1 step 1 until m do tryk(⟨n⟩,x[i]); trykml(14-m);
  c:=y[j]Xp/M[0]; if boo then tryk(⟨-ndddd.0000-d⟩, c/k0);
  y[j]:=c/h; trykml(2);
  tryk(⟨-nddd.0000-d⟩,y[j]/k0);

```

```
        if boo then tryk(⟨ndddd⟩,h) end if f=e end j and e
    end punchvariances;
    if -,boo then go to end;
    final: begin comment drum program;
        trykvr; tryktekst(⟨⟨Variance components⟩⟩);
        for j:=1 step 1 until t-1 do y[j]:=y[j]-Dinside;
        for i:=1 step 1 until m do for j:=1 step 1 until t-2⋀(i-1)-0.5 do
y[j]:=y[j]-(1-entier(j/2⋀(i-1)+k)+2xentier(j/2⋀(i+k)))y[j+2⋀(i-1)];
        end final;
        boo:=false; go to punchvariances;
    end;end finalcomputation end computations end orthogonalvarianceanalysis;
L: orthogonalvarianceanalysis(m,y,M,Dinside,fDinside,Dbetween,fDbetween,
Dtotal, fDtotal,B,fB,d); trykstop; / go to L end;
```

10. Eksempel paa datastrimmel.

[Case no. 386      This shall be a trial]

3  
3  
3  
3  
2  
2  
  
8  
7  
14  
  
1139  
1124  
1124  
815  
818  
807  
731  
739  
740  
1277  
1285  
1285  
795  
798  
799  
10  
7  
1  
604  
614  
620  
311  
306  
290  
-141  
-118  
-146  
916  
921  
912  
747  
716  
736  
661  
668  
682  
1082  
1098  
1094  
688  
684  
678  
4  
8  
15  
450  
464  
454  
252  
233  
238

11. Eksempel paa resultater.

Case no. 386 This shall be a trial  
 Orthogonal Variance Analysis

Number of criteria := 3  
 Number of values of the criteria :=  
           3      3      3      2

Number of decimals:= 2

Means and standard deviations in cells

1	1	1	9667	$10^{-5}$	3786	$10^{-5}$
2	1	1	11.29		8660	$10^{-5}$
3	1	1	8.133		5686	$10^{-5}$
1	2	1	7.367		4933	$10^{-5}$
2	2	1	12.82		4619	$10^{-5}$
3	2	1	7.973		2082	$10^{-5}$
1	3	1	6000	$10^{-5}$	4583	$10^{-5}$
2	3	1	6.127		8083	$10^{-5}$
3	3	1	3.023		0.1097	
1	1	2	-1.350		0.1493	
2	1	2	9.163		4509	$10^{-5}$
3	1	2	7.330		0.1572	
1	2	2	6.703		0.1069	
2	2	2	10.91		8327	$10^{-5}$
3	2	2	6.833		5033	$10^{-5}$
1	3	2	9000	$10^{-5}$	5568	$10^{-5}$
2	3	2	4.560		7211	$10^{-5}$
3	3	2	2.410		9849	$10^{-5}$

Bartlett's test : 13.864 17

Sums of squares and variances and degrees of freedom

Inside cells	25153.4	$10^{-5}$	698.7	$10^{-5}$	36
Between cells	911.342		53.61		17
T o t a l	911.593		17.20		53
100	440.170		220.1		2
010	330.226		165.1		2
001	17.4763		17.48		1
110	117.725		29.43		4
101	365388	$10^{-5}$	1.827		2
011	130701	$10^{-5}$	0.6535		2
111	78304.4	$10^{-5}$	0.1958		4

Variance components

100	10.50	
010	7.512	
001	0.5627	
110	4.873	
101	0.1812	
011	5086	$10^{-5}$
111	6292	$10^{-5}$