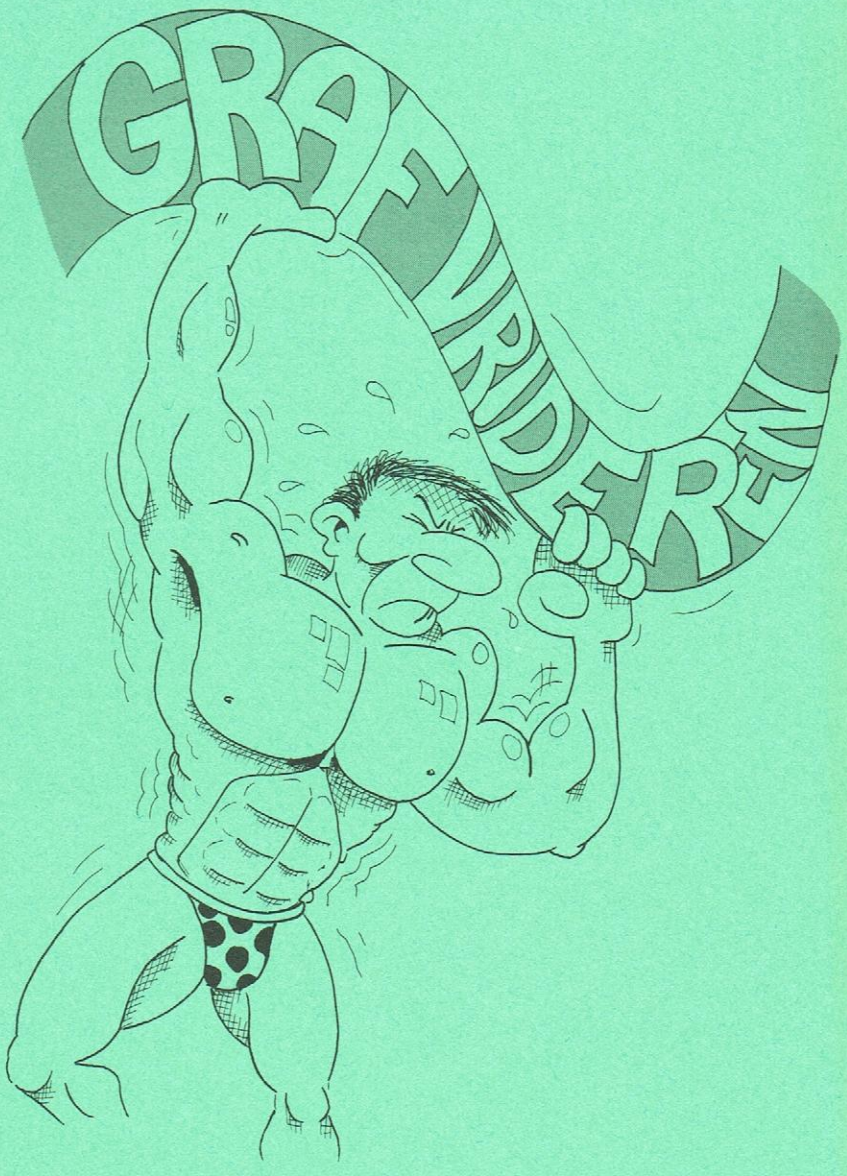


ELEVHÆFTE

Jørgen H. Christiansen

GRAFVRIDEREN

Jørgen H. Christiansen

August 1991
1. udgave - 1. oplag

ISBN 87-89567-29-3 (Elevhæfte)
ISBN 87-89567-28-5 (Program og brugervejledning)

Materialet består at programdiskette med tilhørende brugervejledning, samt dette elevhæfte, der gennem en række øvelsesforløb lærer eleven om programmets funktion og indplacerer brugen af det i en faglig sammenhæng.

© 1991 ***Orfeus***

GRAFVRIDEREN

ELEVHÆFTE

Jørgen H. Christiansen

© Orfeus, 1991

INDHOLD

Indledning 3

Kursus 1 - Betjening af Grafvrideren 6

Kursus 2 - Linier 15

Kursus 3 - Parabler 21

Kursus 4 - Hyperbler 28

Om Grafvrideren

Eksperimenter med tegning af grafer er en klassisk anvendelse af datamater i undervisningen.
Der findes da også allerede mange programmer, som er beregnet til at lære eleverne om funktionernes grundlæggende egenskaber. De allerfleste fungerer på den måde, at eleverne ved at ændre på en funktionsforskrifts koefficienter får tegnet funktionens graf. Når man skriver nye værdier ind i programmet, får man den nye graf på skærmen osv. osv.
Den grundlæggende idé i disse programmer er, at eleverne ved at lave passende små ændringer kan tilegne sig viden om, hvad de enkelte koefficienter betyder for grafens udseende. Datamaten fungerer i virkeligheden blot som et tegneredskab, der gør det muligt for eleven at se den nye graf uden at skulle udføre mange og besværlige udregninger og tegninger.

Grafvrideren er også et sådant program, men teknikken har gjort det muligt for os at gå et skridt videre.
De grafiske skærme er blevet væsentligt bedre og hurtigere. Vi har fået bedre programmeringssprog, og vi har fået mulighed for at betjene programmet ved hjælp af en mus.

Da den gamle programidé blev koblet sammen med disse nye muligheder, lå Grafvrideren bare og ventede på at blive lavet.
Det program, der er kommet ud af idéen og de nye tekniske muligheder, giver en helt ny dynamisk oplevelse af sammenhængen mellem en funktionsforskrifts koefficienter og funktionens graf. Talværdierne tastes nu ikke længere ind, men stilles i stedet ved hjælp af "drejeknapper", og både grafen og funktionsforskriften ændres øjeblikkeligt.
Som en helt ny mulighed kan man nu også tage fat i grafen og trække eller vride den med det resultat, at forskriften straks ændres.

Grafvrideren tænkes anvendt i folkeskolens 8.- 10. klasse, gymnasiet og HF ved introduktion af de graftyper, som programmet kan "vride": Linier, parabler og hyperbler.

De tre graftyper bearbejdes ud fra deres generelle forskrifter, men der skal dog her gøres opmærksom på, at forskriften vedr. hyperblen indeholder tre koefficienter, hvilket går ud over folkeskolens pensum, mens det er i underkanten for gymnasiet. Vi har valgt de tre koefficienter, fordi ændringerne på dem er relativt lette at overskue, endda lettere end ved koefficienten til x hos parablen.

Det er ikke meningen, at man skal præsentere eleverne for alle tre graftyper på én gang. I stedet bør man benytte sig af muligheden for at installere programmet på datamaten, så det kan startes via et menusystem på tre forskellige måder afhængigt af hvilken graftype, der skal arbejdes med.
Installeringen og de mange muligheder for individuel tilpasning af programmet er beskrevet i den særlige tekniske vejledning, som leveres sammen med Grafvrideren.

Normalt bør man først introducere en ny funktion på klassen og bearbejde den med øvelser i tabellægning og tegning af grafen, før eleven får lejlighed til at arbejde med funktionen på Grafvrideren.

Selv om Grafvrideren ligefrem indbyder til at blive eksperimenteret med, er det nok alligevel ikke alle elever, der vil være i stand til på egen hånd at få det fulde udbytte af programmet blot ved at eksperimentere sig frem.
For mange elever vil det dog være en udfordring selv at skulle finde ud af sammenhængene, og hvis de kan finde en passende strategi, vil arbejdet med Grafvrideren på denne måde være meget givende.

Dette elevhæfte er for de elever, der ikke af sig selv magter at arbejde med programmet på en systematisk måde, hvor de kun ændrer på én parameter ad gangen, samtidig med at de nulstiller de øvrige.

I elevhæftets kurser er det tilstræbt gennem et stramt forløb at føre eleverne direkte frem til de grundlæggende regler for sammenhængen mellem funktionsforskriften og funktionens graf. Dette forhindrer dog ikke, at eleverne efterfølgende kan slippes løs på egen hånd.

I teksten anvendes de kantede parenteser [og] til at markere et valg i programmet enten i en menu eller ved knapper, som man kan trykke på ved hjælp af musen.

Det første kursus er beregnet på at gøre eleven fortrolig med Grafvriderens muligheder, men nogle vil måske foretrække, at lade eleverne selv undersøge mulighederne ved at prøve sig frem.

De øvrige kurser knytter sig direkte til de tre graftyper.

Det vil være en fordel, hvis eleverne er fortrolige med følgende begreber, allerede inden de første gang arbejder med Grafvrideren:

Koordinatsystem
Akser
Akseinddeling
Funktion
Forskrift
Graf
Lodret
Vandret
Skæring
Parallel med

Århus, den 1. juni 1991
Jørgen H. Christiansen

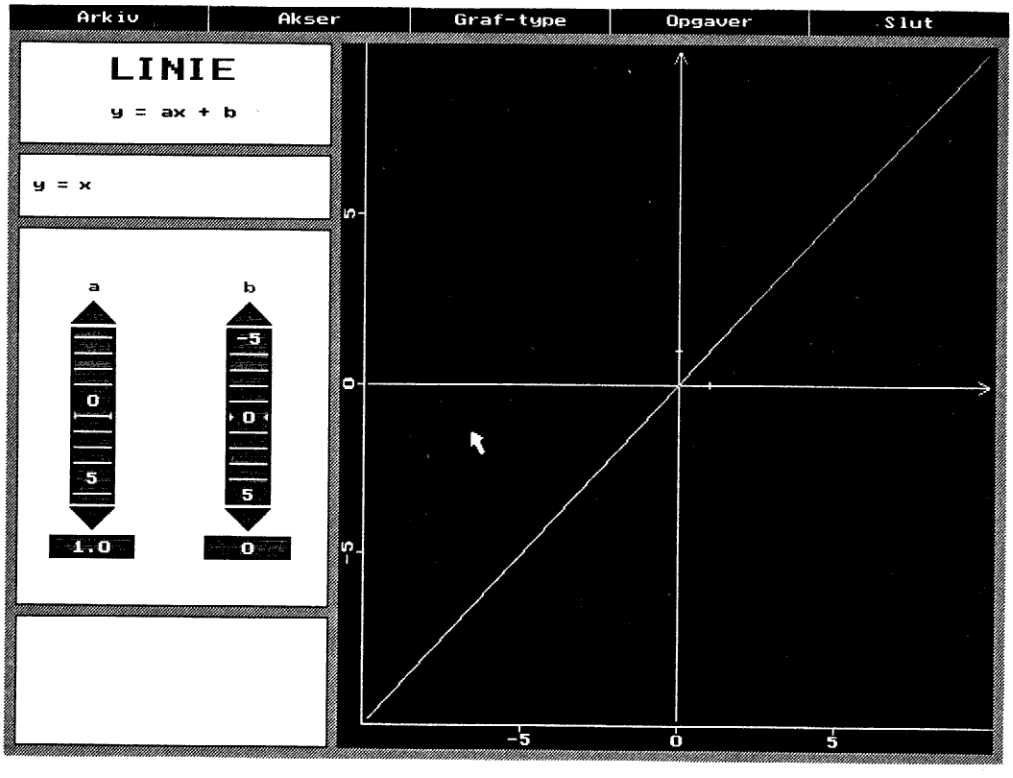
KURSUS 1

Hvis det er første gang, du anvender Grafvrideren, vil det være en god idé at bruge nogle få minutter på at blive fortrolig med, hvordan programmet er opbygget og betjenes.
Det lærer du ved at arbejde med kursus 1.

BETJENING AF GRAFVRIDEREN

SKÆRMBILLEDET

Når Grafvrideren er startet, vil du se et skærmbillede som herunder:



Skærmbilledet er opdelt i tre dele:
en menubjælke, et koordinatsystem og et redskabsområde.

MENUBJÆLKEN

I den øverste kant af skærmbilledet finder du menubjælken, hvor der er angivet fem felter, som du kan klikke på med musen.
Her kan du:
- hente eller gemme grafer
- få tegnet grafen på printeren
- ændre koordinatsystemet
- vælge en anden type graf
- få opgaver
- afslutte programmet.

KOORDINATSYSTEMET

Dette er langt det største felt på skærmen, og her kan du se, hvordan din graf ser ud lige nu.

REDSKABSOMRÅDET

Området ved siden af koordinatsystemet kaldes for redskabsområdet. Det er opdelt i fire felter:
- et titel-felt, hvor du kan se, hvilken type funktion, du nu arbejder med.
- et forskrifts-felt, hvor forskriften for den aktuelle funktion kan ses.
- et indstillings-felt, hvor du kan ændre på koefficienterne.
- et meddelelses-felt, hvor der kan stå forskellige oplysninger.

MUSEN

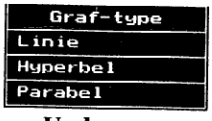
Grafvrideren betjenes med en mus eller lignende.
Ved hjælp af musen kan du flytte rundt med musens markør, der har form som en pil eller en hånd.
Hånden kan være åben, lukket eller pege.
Når markøren har form som en hånd, kan du ændre grafens udseende ved at trykke på en af musens taster.


De fire markører

Når markøren ser ud som en pil, kan du vælge i menuer og trykke på knapper.

1. **Start med at flytte markøren til menubjælken** øverst i skærmbilledet.

2. **Flyt til menufeltet [Graf-type]**, og tryk på en af musens taster. Slip tasten igen!
   Nu skulle der gerne være dukket en lille undermenu op.



Undermenu

3. **Bevæg markøren rundt i og uden for undermenuen.**
   Læg mærke til, at når du peger på et punkt i undermenuen, så lyser det op.

4. Hvis du fortryder og gerne vil have undermenuen fjernet, skal du blot trykke på en af musens taster, mens du befinder dig uden for undermenuen.
   Prøv det.

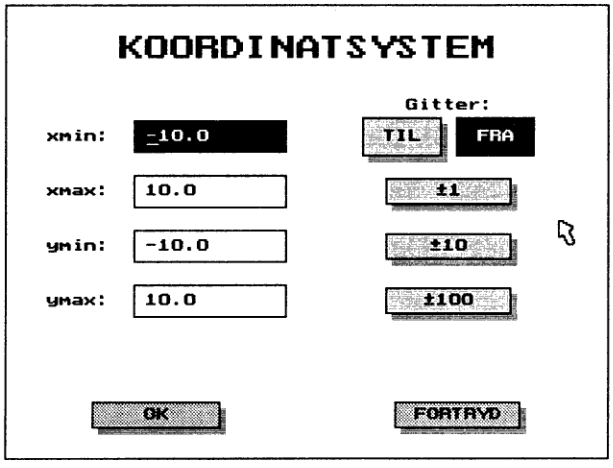
5. **Gå tilbage til feltet [Graf-type]** i menubjælken og tryk igen på musetasten, så undermenuen dukker op.

6. **Vælg graf-typen [Linie]** ved at pege på dette felt og trykke på musetasten.
   Hvis programmet i forvejen var indstillet til at arbejde med graf-typen Linie, sker der ingenting – ellers ændres der bl.a. i titelfeltet.

7. Når du i menubjælken vælger feltet [Akser], kommer der ikke en ny undermenu frem.
   Vælg feltet [Akser] i menubjælken.

8. I stedet vil du nu se et stort skilt på skærmen, hvor du har mulighed for at ændre på koordinatsystemets udseende.

Du kan f.eks. vælge, at [Gitter] skal være slået [TIL] eller [FRA] ved at pege på en af de to knapper under [Gitter] og så trykke på musetasten. **Prøv på skift at trykke på de to knapper [TIL] og [FRA].**



9. Et gitter består af nogle små prikker i koordinatsystemet, som gør det lettere at aflæse værdierne.
Slå Gitter [TIL].

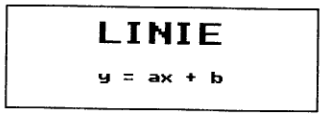
10. Du kan ændre på inddelingen af koordinatsystemets akser ved at trykke på en af de tre knapper [±1], [±10] eller [±100]. Herved skifter de fire værdier i venstre side af skiltet automatisk.
Prøv at ændre aksernes inddeling ved at trykke på de tre ±-knapper på skift.

11. Du kan også vælge dine helt egne værdier ved at skrive dem i de fire talfelter til venstre på skiltet.
Du skriver altid i det sorte felt, og du kan skifte felt ved at klikke på et nyt eller ved at trykke på tasten Tab (Den med de to pile, der peger hver sin vej).
Skriv forskellige værdier i de fire talfelter.

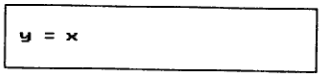
12. **Vælg akseinddeling ved at trykke på knappen [±10]**

13. Når du er færdig med at indstille koordinatsystemet, slipper du ud ved at trykke på knappen [OK]. Hvis du i stedet fortryder og alligevel ikke vil ændre, kan du slippe ud ved at trykke på knappen [FORTRYD].
Tryk på [OK-knappen].

14. Du skal nu prøve at ændre grafen med redskaberne i redskabsområdet ved siden af koordinatsystemet.
Prøv om du kan gøre noget i Titel-feltet. (Musens markør skal skifte udseende til en hånd.)

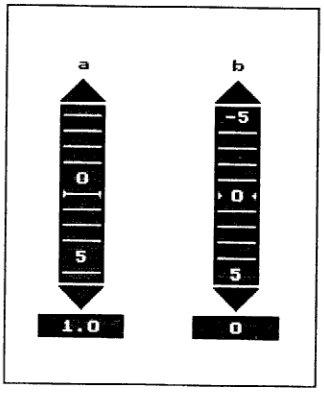


15. Rigtigt! Der var ikke noget at gøre.
Prøv nu på samme måde i For-skrifts-feltet.



16. Nej, der var heller ikke noget at gøre.
Prøv nu i stedet i Indstillings-feltet.
Her skulle der gerne dukke en hånd op flere forskellige steder.
Hvor mange steder i Indstillings-feltet kan du mon ændre værdien af a?

Der er tre forskellige muligheder for at indstille værdien af a i Indstillings-feltet.



DREJEKNAPPERNE

De høje aflange firkanter med tallene er drejeknapper, som du kan dreje med musen.
I de næste øvelser, skal du kun anvende drejeknappen a, som du finder længst til venstre i Indstillings-feltet.

17. **Peg med musen midt på drejeknappen a** længst til venstre.

18. Hånden viser dig, at du kan gøre noget ved at trykke på en af musens taster.
Hold en af musens taster nede.

19. Nu lukkede hånden sig for at fortælle dig, at du har fat i drejeknappen.
Drej drejeknappen op og ned ved at holde musetasten nede og flytte musen.

20. **Drej drejeknappen så højt op som muligt.**
Slip musetasten og flyt den åbne hånd ned til bunden af drejeknappen.
Tag igen fat i drejeknappen og drej den så højt op som muligt.
Gentag dette nogle gange.

21. Du bemærkede forhåbentlig, at der skete en masse ændringer i skærmbilledet, mens du drejede på drejeknappen.
Bortset fra, at drejeknappen selvfølgelig drejede, skulle der gerne ske noget tre andre steder på skærmen.
Hvis du ikke har lagt mærke til det, skal du prøve at dreje på drejeknappen igen.

22. **Prøv også at dreje drejeknappen den modsatte vej**, altså nedad.

23. De fire steder, hvor der gerne skulle ske ændringer er:
Drejeknappen.
Grafen i koordinatsystemet.
Funktionsforskriften i Forskrifts-feltet.
Tallet i talfeltet under drejeknappen.
Hvis du ikke har set ændringer alle fire steder, skal du prøve at dreje lidt mere på drejeknappen.

24. **Indstil drejeknappen, så den ender på ca. 1.**

INDSTILLINGS-KNAPPERNE

Både oven over og neden under hver af drejeknapperne findes en trekantet indstillings-knap.
Disse knapper kan enten benyttes til fin-indstilling eller til hurtigt at ændre indstillingen.

25. **Peg med musen på den øverste trekantede indstillings-knap ved a.**

26. Hånden peger nu for at fortælle dig, at du kan trykke på knappen.
"Klik" med musetasten. (Tryk og slip den med det samme igen).

27. **Prøv at klikke flere gange efter hinanden** og bemærk, hvor meget værdien af a ændrer sig for hvert klik.

28. **Klik også på den nederste trekantede indstillings-knap.**

29. De trekantede indstillings-knapper kan bruges på to måder. Hvis du bliver ved med at trykke på musetasten i stedet for at klikke, vil værdierne ændre sig meget hurtigt.
Prøv dette på begge indstillings-knapperne.

30. **Indstil værdien a til præcis 1.0**
Prøv først med drejeknappen og derefter med indstillings-knapperne.

TALFELTERNE

Den sidste mulighed for at indstille værdien af a i Indstillings-feltet får du i talfeltet under drejeknappen.

31. **Peg med musen på talfeltet under drejeknappen a.**

32. Igen blev markøren til en pegende hånd.
Klik med musen i feltet.

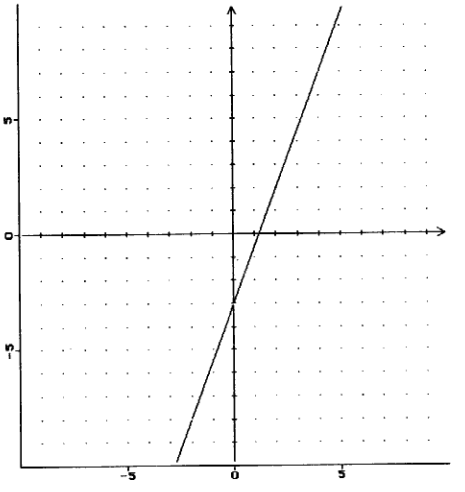
33. Det første tal i feltet er nu understreget for at fortælle, at du kan ændre værdien i feltet – enten ved at rette, eller ved at skrive en ny værdi oveni.
Skriv tallet 2,5 og tast Return.

Bemærk, at ligegyldigt, hvilken måde du bruger til at indstille nye værdier: med drejeknappen,
med indstillings-knapperne,
i talfeltet,
så ændres der fire forskellige steder i skærmbilledet.

34. **"Leg" lidt med de tre forskellige muligheder for indstillinger** i Indstillings-feltet, og find de steder i skærmbilledet, der ændres.
Alle fire steder med ændringer er nævnt i punkt 23.

35. **Indstil til linien y = 2.5x – 3**

36. **Kontrollér din indstilling** ved at sammenligne med grafen her.



SKUB OG VRID GRAFEN

Du kan også ændre indstillingerne ved at tage fat i grafen i koordinatsystemet.

37. **Flyt musemarkøren over på grafen i koordinatsystemet.**

38. Når du er tæt nok på, vil markøren blive til en hånd, for at fortælle dig, at du kan tage fat i grafen.
Hold musens venstre tast nede og flyt grafen.

39. **Hold musens højre tast nede og vrid grafen.**

Med venstre tast flytter du grafen.
Med højre tast vrider du grafen

40. **Indstil til forskriften: y = x + 2** ved at skubbe og vride grafen.

41. Kun hvis der er tilsluttet en printer til datamaten:
Lad grafen tegne på printeren ved at vælge [Arkiv] i menubjælken efterfulgt af [Print].

42. **Afslut dit arbejde med at lære Grafvrideren at kende** ved at vælge punktet [Slut] i menubjælken.
Klik på knappen [JA], når du bliver spurgt, om du vil stoppe programmet.

43. Hvis du skal arbejde videre med en af funktionerne Linie, Parabel eller Hyperbel, kan du blot vælge at starte Grafvrideren igen.
De næste kurser her i hæftet kan hjælpe dig med at forstå, hvordan graferne tegnes.

KURSUS 2

I dette kursus vil du lære, hvordan man tegner linier ud fra en funktionsforskrift af formen:

$$y = ax + b$$

LINIER

1. Du skal nu arbejde med graf-typen Linie.
   Hvis der ikke står ordet LINIE i titel-feltet, skal du skifte graf-type.
   Vælg graf-typen [Linie].

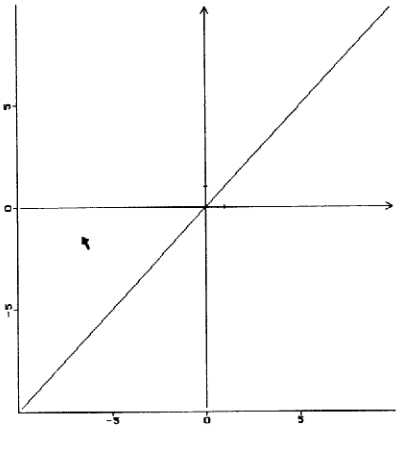
2. **Indstil værdierne: a=1 og b=0**

3. Som du kan se i titel-feltet, beskrives linier med forskriften
   $$y = ax + b$$

   I forskriftsfeltet kan du se, at når værdien af a=1 og værdien af b=0, altså:
   $$y = 1x + 0$$
   så kan dette skrives kort:
   $$y = x$$

   Funktionsforskriften y = x beskriver den linie, som du kan se i koordinatsystemet.

   Sammenlign med billedet på skærmen.



4. Inden du går igang, vil det være en fordel, hvis du har et gitter i dit koordinatsystem.
I menubjælken vælges [Akser], Gitter [TIL] og [OK]

5. Du skal nu ved at ændre værdierne for a og b finde ud af, hvordan linien ændres.
Vi starter bagfra i forskriften med at ændre værdien af b.
Tag fat i drejeknappen b og drej den op og ned.

6. **Bemærk, hvad der sker med linien i koordinatsystemet.**

7. Når du gør værdien af b større, er linien højere oppe i koordinatsystemet, mens den rykker ned, når værdien af b gøres mindre.

   Indstil værdien af b=1 og se, hvor linien skærer y-aksen (den lodrette akse).

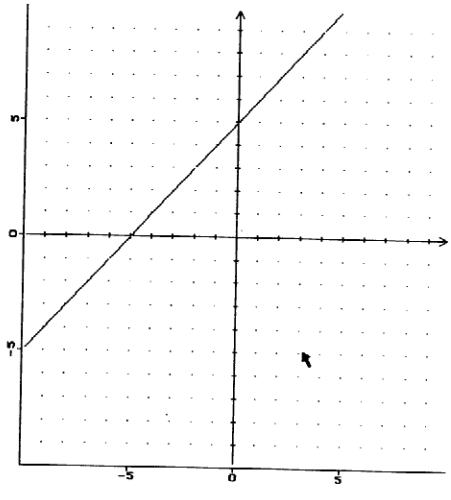
8. **Indstil værdien af b=2** og se, hvor linien skærer y-aksen.

9. **Indstil værdien af b=–1** og se, hvor linien skærer y-aksen.

10. *Værdien b i forskriften y = ax + b beskriver, hvor linien skærer y-aksen*

    Indstil linien til at skære y-aksen ved 5

11. **Kontroller linien ved at sammenligne med tegningen her.**



12. Du skal nu til at undersøge, hvordan linien ændres, når du ændrer værdien af a.
Indstil først igen værdien af b=0

13. **Tag fat i drejeknappen a og drej den op og ned.**

14. **Bemærk, hvad der sker med linien i koordinatsystemet.**

15. Når du gør værdien af a større, bliver linien stejlere opad mod højre.
Men den stiger kun lidt, når værdien af a er tæt på 0.
Når værdien af a bliver et stort negativt tal (minus-tal), bliver linien stejlere nedad mod højre.

a = + (positiv)	–	linien: /
a = 0	–	linien: —
a = – (negativ)	–	linien: \

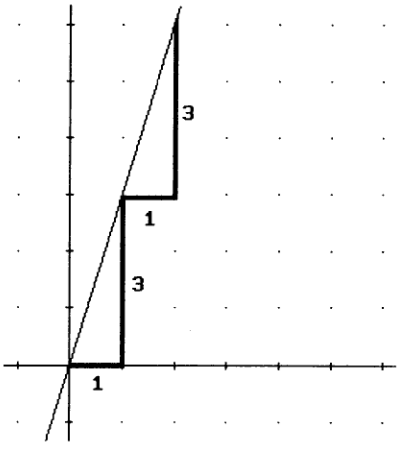
Indstil værdien af a=2 og se, hvordan linien hælder.

16. **Indstil værdien af a=0,1** og se, hvordan linien hælder.

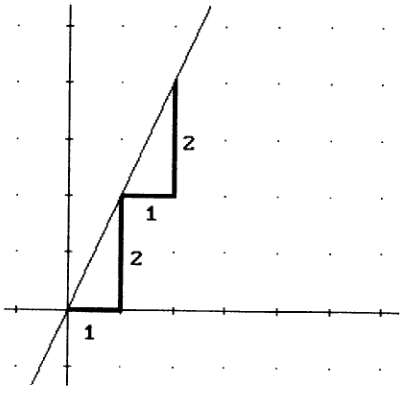
17. **Indstil værdien af a=–2** og se, hvordan linien hælder.

18. **Indstil værdien af a=3**
Hvis du starter i punktet (0,0) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?

19. Hvis du starter i punktet (1,3) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?

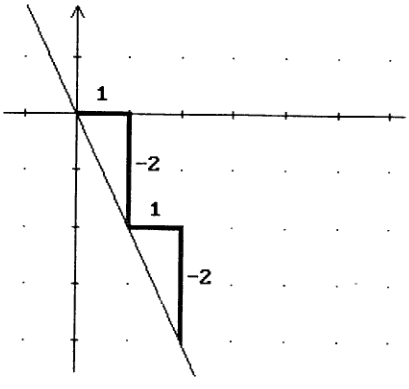


20. **Indstil værdien af a=2**
Hvis du starter i punktet (0,0) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?



21. Hvis du starter i punktet (1,2) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?

22. **Indstil værdien af a=–2**
Hvis du starter i punktet (0,0) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå ned, før du igen møder grafen?



23. Hvis du starter i punktet (1,–2) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå ned, før du igen møder grafen?

24. *Værdien af a beskriver liniens hældning.*
(hvor meget y-værdien vokser, når x-værdien vokser med 1)

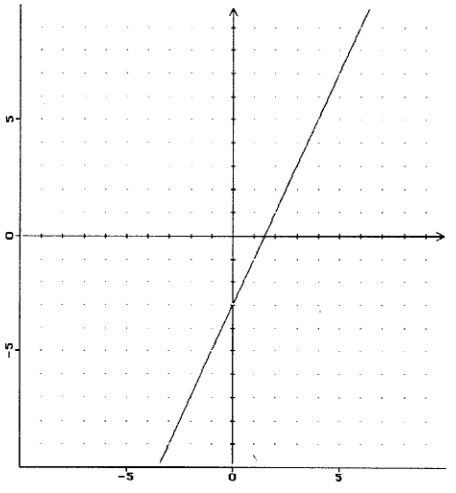
25. **Indstil liniens hældning til 4**

26. **Indstil liniens hældning til 0,5**

27. **Indstil liniens hældning til –0,5**

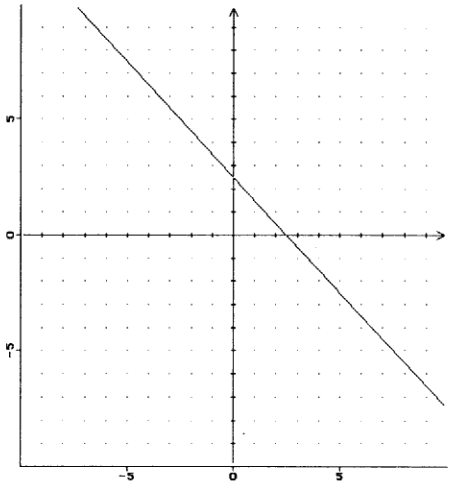
28. Nu skal du indstille både værdien af a og værdien af b.
Indstil liniens hældning til 2 og skæring med y-aksen til –3

Sammenlign med grafen:



29. **Indstil til linien med forskriften: y = –x + 2,5**

Sammenlign med grafen:



30. **Indstil værdien af b=3**

31. **Tag fat i grafen med musens højre tast og vrid den, så den bliver næsten vandret.** (Parallel med x-aksen)

32. **Prøv om du kan vride den, så værdien af a bliver 0,01 eller –0,01**

33. **Indstil værdien af a, så linien bliver helt vandret.**

34. Hvad er nu værdien af a, og hvad er funktionsforskriften?

35. *Vandrette linier har en hældning på 0, og beskrives derfor med forskriften:* $y = 0x + b$
eller $y = b$
hvor b angiver skæringen med y-aksen.
Linien y=3 er altså vandret og skærer y-aksen ved 3.

36. **Prøv at indstille linien, så den bliver lodret.**
(Parallel med y-aksen)

37. Nej, det kan ikke helt lade sig gøre, for programmet tillader som højeste værdi kun a=99.
Fra et punkt på linien kan man gå 1 til højre og derefter 99 op for at møde linien igen.
Men, selvom programmet havde tilladt meget højere tal for a, ville du aldrig kunne få linien helt lodret!

    Hvis a=1000, kan man stadig gå 1 til højre - og derefter gå 1000 op langs y-aksen - og møde grafen igen!

38. Lodrette linier er ikke billeder af funktioner, og kan ikke beskrives ved forskriften: y = ax + b

    Lodrette linier beskrives ved en forskrift af formen:
    $x = k$
    hvor k er et tal, der angiver liniens skæring med x-aksen.

    Lodrette linier kan ikke indstilles ved hjælp af Grafvrideren.

39. **Vælg [LINIE-Test] under [Opgaver] i menubjælken**
Ved nogle af opgaverne, skal du udpege den rigtige forskrift. Ved nogle andre skal du selv indstille den rigtige forskrift til den tegnede linie.
Hvis du har problemer med en af opgaverne, kan du vælge at afbryde for så senere at genoptage den.

KURSUS 3

I dette kursus vil du lære, hvordan man tegner parabler ud fra en funktionsforskrift af formen:

$$y = ax^2 + bx + c$$

PARABLER

1. Du skal nu arbejde med graf-typen Parabel.
   Hvis der ikke står ordet PARABEL i titel-feltet, skal du skifte graf-type.
   Vælg graf-typen [Parabel].

2. **Indstil værdierne: a=1, b=0 og c=0**

3. Som du kan se i titel-feltet, beskrives parabler med forskriften

   $$y = ax^2 + bx + c$$

   I forskriftsfeltet kan du se, at når værdien af a=1 og værdierne af b=0 og c=0, altså:

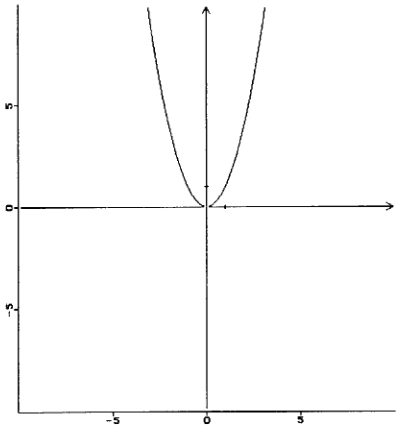
   $$y = 1x^2 + 0x + 0$$

   så kan dette skrives kort:

   $$y = x^2$$

   Funktionsforskriften $y = x^2$ beskriver den parabel, som du kan se i koordinatsystemet.

   Sammenlign med billedet på skærmen.



4. Lav et gitter i dit koordinatsystem.
   I menubjælken vælges [Akser], Gitter [TIL] og [OK]

5. Du skal nu ved at ændre værdierne for a, b og c finde ud af, hvordan parablen ændres.
   Vi starter bagfra i forskriften med at ændre værdien af c.
   Tag fat i drejeknappen c og drej den op og ned.

6. **Bemærk, hvad der sker med parablen i koordinatsystemet.**

7. Når du gør værdien af c større, er parablen højere oppe i koordinatsystemet, mens den rykker ned, når værdien af c gøres mindre.

   Indstil værdien af c=1 og se, hvor parablen skærer y-aksen (den lodrette akse).

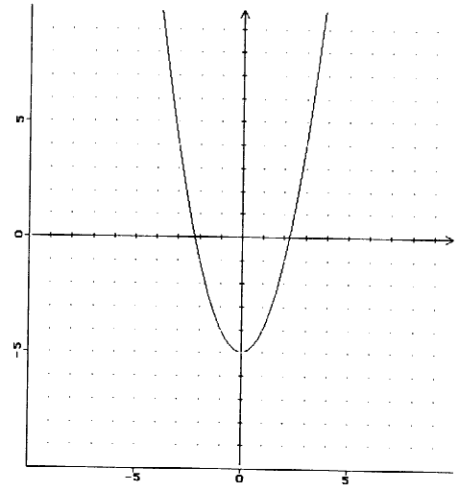
8. **Indstil værdien af c=2** og bemærk skæringen med y-aksen.

9. **Indstil værdien af c=–1** og bemærk skæringen med y-aksen.

10. *Værdien c i forskriften* $y = ax^2 + bx + c$ *bestemmer, hvor parablen skærer y-aksen*

    Indstil parablen til at skære y-aksen ved –5

11. **Kontroller parablen ved at sammenligne med tegningen her.**



12. Du skal nu til at undersøge, hvordan parablen ændres, når du ændrer værdien af a.
Indstil først igen værdien af c=0

13. **Tag fat i drejeknappen a og drej den op og ned.**

14. **Bemærk, hvad der sker med parablen i koordinatsystemet.**

15. Når du gør værdien af a større, bliver parablen stejlere og mere spids nedadtil.
Men parablen bliver stump, når værdien af a er tæt på 0.
Når værdien af a bliver et stort negativt tal, bliver parablen igen stejlere, men nu bliver den mere spids opadtil.

Det punkt, hvor parablen "spidser", er parablens toppunkt.
Resten af parabelkurven kaldes for parablens grene.

a = + (positiv)	–	parablen: ∪
a = 0	–	parablen: —
a = – (negativ)	–	parablen: ∩

Værdier af a tæt ved 0 gøre parablen "flad" eller "stump"
Værdier af a langt fra 0 gør parablen "spids"

16. *Værdien a i forskriften* $y = ax^2 + bx + c$ *bestemmer, hvor spids eller stump parablen skal være, og om grenene skal vende opad eller nedad.*

Indstil værdien af a=2 og se, hvor spids parablen bliver, og bemærk, hvilken vej parablens grene vender.

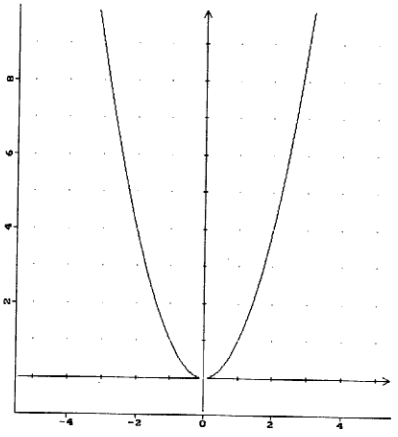
17. **Indstil værdien af a=0,1** og se, hvor stump parablen bliver, og bemærk, hvilken vej parablens grene vender.

18. **Indstil værdien af a=–2** og se, hvor spids parablen bliver, og bemærk, hvilken vej parablens grene vender.

19. **Indstil igen værdien af a=1**

Hvis du starter i parablens toppunkt (0,0) og går 1 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?

20. Hvis du starter i parablens toppunkt (0,0) og går 2 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?



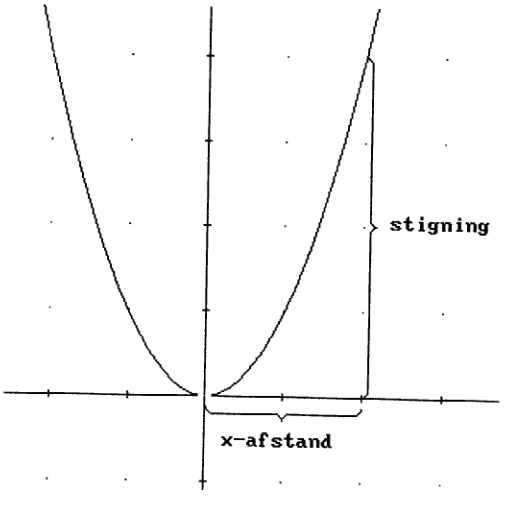
21. Hvis du starter i parablens toppunkt (0,0) og går 3 mod højre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?

22. Hvis du starter i parablens toppunkt (0,0) og går 3 mod venstre, hvor langt skal du så gå op, før du igen møder grafen?

23. Alle parabler, hvor a=1, har samme udseende!
Prøv at ændre værdierne af både b og c, og bemærk, at selvom parablen flyttes rundt i koordinatsystemet, så ændrer den ikke udseende.

Ved x-afstanden forstås en afstand målt på x-aksen.

Ved en parabels stigning forstås det tal, y-værdien vokser med, for en bestemt x-afstand fra toppunktet.



Når a=1, fås parablens stigning ved at kvadrere x-afstanden til toppunktet.

1 tv. eller th. for toppunkt - stigning $1^2 = 1$
2 tv. eller th. for toppunkt - stigning $2^2 = 4$
3 tv. eller th. for toppunkt - stigning $3^2 = 9$
osv. osv.

24. Indstil igen værdierne: a=1, b=0 og c=0

25. Indstil værdien af a=2 og find en regel for parablens stigning. Reglen øverst på siden indgår i den nye regel.
Når a=2, fås parablens stigning ved at kvadrere x-afstanden til toppunktet og gange facit med 2.

26. Indstil værdien af a=3 og find en regel for parablens stigning.

27. Ved forskriften for linien

$$y = ax + b$$

beskriver det første tal a liniens hældning, mens det sidste tal b beskriver skæringen med y-aksen.

Ved forskriften for parablen

$$y = ax^2 + bx + c$$

benyttes det første tal a ved beskrivelsen af parablens stigning, mens det sidste tal c beskriver skæringen med y-aksen.

28. **Indstil værdien af a=1 og værdien af c=1**

29. **Tag fat i drejeknappen b og drej den op og ned.**

30. **Bemærk, hvad der sker med parablen i koordinatsystemet.**

31. Parablen ændrer ikke udseende, for udseendet bestemmes jo af værdien af a.
Parablen skærer hele tiden y-aksen i samme punkt, for det bestemmes jo af værdien af c.

Ændring af b flytter parablen rundt i koordinatsystemet.
Det er dog lettere blot at forestille sig, at parablens toppunkt flyttes, og at parablen selv følger med, mens den stadig går gennem samme punkt på y-aksen.

Når vi skal undersøge, hvad forskellige værdier af b betyder for toppunktets placering, kan vi derfor nøjes med at kigge på toppunktets x-værdi.
Vi skal altså koncentrere os om de ændringer, der får parablen til at flytte sig sidelæns.

32. Ændringer af værdien b fik parablens toppunkt til at flytte sig sidelæns.
Prøv at ændre både værdien af a og værdien af c.
Find herved ud af, om ændring af disse to værdier også får parablens toppunkt til at flytte sig sidelæns.

33. Kun ændring af værdierne a og b får toppunktet til at flytte sig sidelæns.
Toppunktets x-værdi T_x bestemmes af udtrykket:

$$T_x = \frac{-b}{2a}$$

34. **Udregn ved hjælp af udtrykket toppunktets x-værdi T_x,** hvis a=2 og b=4

35. **Indstil værdien af a=2 og værdien af b=4**
Kontroller, at parablens toppunkt har den x-værdi, som du beregnede i pkt. 34

36. **Udregn toppunktets x-værdi T_x,** hvis a=1 og b=–3

37. **Indstil værdien af a=1 og værdien af b=–3**
Kontroller, at parablens toppunkt har den x-værdi, som du beregnede i pkt. 36

38. **Tag fat i grafen med musens venstre tast, og skub den,** så toppunktet kommer til at ligge i punktet (1,1)

39. Af formlen $$T_x = \frac{-b}{2a}$$

fås: $$b = -2a \cdot T_x$$

Af parablens stigning:

x-afstand fra toppunkt 1 giver stigning 1
x-afstand fra toppunkt 2 giver stigning 4
osv. osv.

kan du se, at værdien a=1

Når parablens toppunkt ligger i punktet (1,1), ved du desuden, at toppunktets x-værdi T_x=1.

Indsæt værdierne for a og T_x i formlen for b, og beregn værdien af b.

40. **Kontroller den beregnede værdi af b i forskrifts-feltet.**

41. *I forskriften*

$$y = ax^2 + bx + c$$

- *bestemmer a, hvor spids eller stump parablen skal være, og om grenene skal vende opad eller nedad.*

- *bestemmer b - sammen med a - parablens toppunkt, idet toppunktets x-værdi T_x beregnes af udtrykket:*

$$T_x = \frac{-b}{2a}$$

- *bestemmer c, hvor parablen skærer y-aksen*

42. **Vælg [PARABEL-Test] under [Opgaver] i menubjælken**

KURSUS 4

I dette kursus vil du lære, hvordan man tegner hyperbler ud fra en funktionsforskrift af formen:

$$y = \frac{a}{x+b} + c$$

HYPERBLER

1. Du skal nu arbejde med graf-typen Hyperbel.
   Hvis der ikke står ordet HYPERBEL i titel-feltet, skal du skifte graf-type.
   Vælg graf-typen [Hyperbel].

2. **Indstil værdierne: a=1, b=0 og c=0**

3. I titel-feltet kan du se, at hyperbler beskrives med forskriften

   $$y = \frac{a}{x+b} + c$$

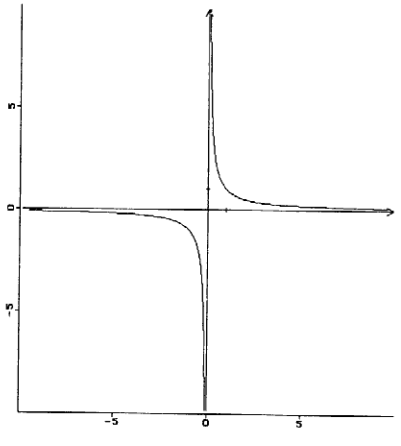
   I forskriftsfeltet kan du se, at når værdien af a=1 og værdierne af b=0 og c=0, kan dette skrives kort:

   $$y = \frac{1}{x}$$

   Denne funktionsforskrift beskriver den hyperbel, som du kan se i koordinatsystemet.

   Sammenlign med billedet på skærmen.

   Bemærk, at en hyperbel består af to adskilte dele!



4. Lav et gitter i dit koordinatsystem.
I menubjælken vælges [Akser], Gitter [TIL] og [OK]

5. Du skal nu ved at ændre værdierne for a, b og c finde ud af, hvordan hyperbelen ændres.
Vi starter bagfra i forskriften med at ændre værdien af c.
Tag fat i drejeknappen c og drej den op og ned.

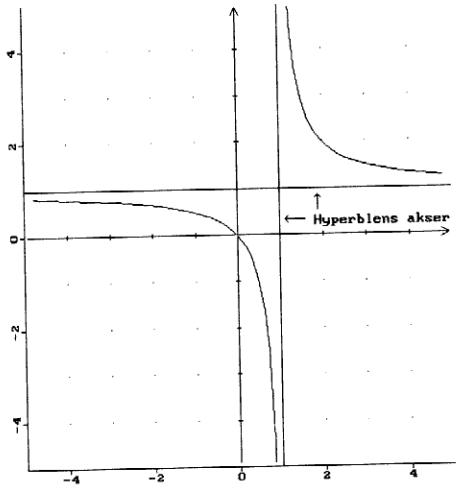
6. **Bemærk, hvad der sker med hyperbelen i koordinatsystemet.**

7. Når du gør værdien af c større, er hyperbelen højere oppe i koordinatsystemet, mens den rykker ned, når værdien af c gøres mindre.

   Tværs igennem alle hyperbler går der to usynlige linjer, som grafen kommer meget tæt på - men aldrig skærer.
   Disse to linjer kaldes for hyperbelens akser.

   Hyperbelen har både en vandret akse og en lodret akse, som du kan se på denne tegning.

   Indstil værdien af c=1 og se, hvor hyperbelens vandrette akse skærer y-aksen i koordinatsystemet.

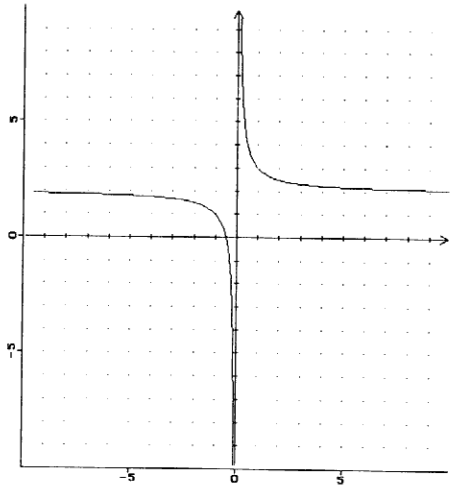


8. **Indstil værdien af c=3** og bemærk hyperbelens vandrette akses skæring med y-aksen.

9. **Indstil værdien af c=–2** og bemærk hyperbelens vandrette akses skæringen med y-aksen.

10. *Værdien c i forskriften bestemmer, hvor hyperbelens vandrette akse skærer y-aksen* $y = \frac{a}{x+b} + c$

Indstil hyperbelens vandrette akse til at skære y-aksen ved 2



11. **Kontroller hyperbelen ved at sammenligne med tegningen her.**

12. Du skal nu til at undersøge, hvordan hyperbelen ændres, når du ændrer værdien af b.
Indstil først igen værdien af c=0

13. **Tag fat i drejeknappen b og drej den op og ned.**

14. **Bemærk, hvad der sker med hyperbelen i koordinatsystemet.**

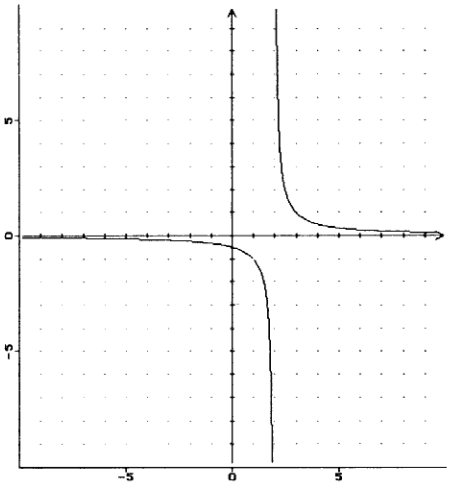
15. Når værdien af b bliver større, rykker hyperbelen mod venstre.
Når værdien af b bliver mindre, rykker hyperbelen mod højre.

Prøv selv at finde en regel for sammenhængen mellem værdien af b og det sted, hvor hyperbelens usynlige lodrette akse skærer koordinatsystemets x-akse.

16. *Værdien b i forskriften bestemmer, hvor hyperbelens lodrette akse skærer x-aksen* $y = \frac{a}{x+b} + c$

Indstil hyperbelens lodrette akse til at skære x-aksen ved 2

17. **Kontroller hyperbelen ved at sammenligne med tegningen her.**



18. Du skal nu til at undersøge, hvordan hyperbelen ændres, når du ændrer værdien af a.
Indstil først igen værdien af b=0 og c=0

19. **Tag fat i drejeknappen a og drej den op og ned.**

20. **Bemærk, hvad der sker med hyperbelen i koordinatsystemet.**

21. Når du gør værdien af a mindre, bliver hyperbelen stejlere og mere spids ved aksernes skæringspunkt (som i dette tilfælde falder sammen med skæringen for koordinatsystemets akser) Omvendt ved store værdier af a, bliver hyperbelen ret stump ved aksernes skæringspunkt.

22. *Værdien a i forskriften bestemmer, hvor spids eller stump, hyperbelen skal være, og hvordan den skal vende*

$$y = \frac{a}{x+b} + c$$

a = + (positiv)	–	hyperbelen: ⌜
a = 0	–	hyperbelen: —
a = – (negativ)	–	hyperbelen: ⌟

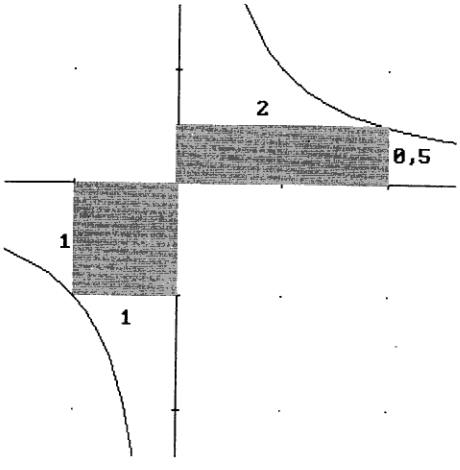
Indstil værdien af a=2 og se så, hvor stump hyperbelen bliver, og bemærk, hvilken vej hyperbelens grene vender.

23. **Indstil værdien af a=0,1** og se, hvor spids hyperbelen bliver, og bemærk, hvilken vej hyperbelens grene vender.

24. **Indstil værdien af a=–4** og se, hvor stump hyperbelen bliver, og bemærk, hvilken vej hyperbelens grene vender.

25. **Indstil igen værdien af a=1**
Forestil dig et rektangel, som har sit ene hjørne, hvor hyperbelens akser skærer hinanden (0,0) og et modsat hjørne et sted på grafen - f.eks. (–1,–1), så vil dette rektangels areal være længden af den ene side gange længden af den anden side:
$1 \cdot 1 = 1$.

26. Hvis du igen starter i (0,0) og går 2 mod højre, skal du nu kun gå ½ op, før du igen møder grafen.
Hvor stort er arealet af rektanglet med hjørner i (0,0) og i (2,½)



27. **Prøv med andre værdier af a**, og udregn i hvert tilfælde arealet af et rektangel med hjørner i aksernes skæringspunkt og på grafen.

Ved forskriften for hyperbelen

$$y = \frac{a}{x+b} + c$$

beskriver det første tal a hyperbelens stigning, således at et vilkårligt rektangel med hjørne, hvor hyperbelens akser skærer hinanden, og et modstående hjørne på grafen, altid vil have arealet a. - (Hvis a er negativ, ses bort fra fortegnet –)

28. **Vælg [HYPERBEL-Test] under [Opgaver] i menubjælken**

Werks Offset · Tlf. 86 19 11 39