

GEODÆTISK INSTITUT FØR OG EFTER GIER

Statsgeodæt, dr. scient. Knud Poder

1 Beregningsopgave med konsekvenser

1.1 Opgaven

I 1953 fik Geodætisk Instituts afdeling GA1 en større beregningsopgave, en ret normal hændelse i en afdeling, der fungerede som instituttets F&U afdeling. Opgaven var at transformere mere end 30000 punkters System34-koordinater til UTM-koordinater med en krævet, beskeden nøjagtighed på 1 meter. Det var derfor mere antallet end nøjagtigheden, der var problemet.

1.2. UTM (Universal Transverse Mercator)

UTM er den Gauss-Krüger afbildning, som er (1) konform, (2) afbilder de to punkter i ækvator 90 grader fra centralmeridianen i to uendeligt fjerne punkter i planen og (3) har konstant, minimal målestok (0.9996) i centralmeridianen. Den afbildede ellipsoide er i Europa Hayfords ellipsoide (også kaldet den internationale 1925 ellipsoide), og ellipsoidens geodætiske datum, som er defineret ved hjælp af astronomiske observationer kaldes European Datum 1950 (ED50). I andre verdensdele findes analoge datums med andre ellipsoider, i Nordamerika findes f. ex. et NAD 27 datum.

Transversal mercator-afbildning kan opfattes som en generalisering af midtmeridianens konforme afbildning til en hel kompleks talplan med midtmeridianen (opfattet som en meta-ækvator) som den reelle akse og med alle metameridianer afbildet som parallelle linjer.

UTM-koordinaterne var transformationer af geografiske koordinater (bredde og længde) fundet ved en samlet behandling af europæiske net udjævnet i store blokke i årene op til 1949. Danmark er i den nordlige blok. Resultaterne må anses som de bedst mulige i 1950. Afløseren kom i 1988 med navnet ED87, men allerede i 1989 kom det GPS-orienterede EUREF89 til afløsning af ED87.

1.3. System34

System34 blev foreslået som et alternativ til den konforme koniske afbildning der brugtes til topografiske kort. Hensigten var at formindske "forvanskningen", som var det ord man dilettantisk brugte for den målestoksændring, der er den naturlige konsekvens af kravet om konformitet. Målestoksændringen blev mindre ved at Danmark opdeltes i to systemområder, Jylland-Fyn og Sjælland, hvorved den nødvendige korrektion på en målt afstand kort senere blev beskrevet som "mindre end 1 mm på en 20 m båndlængde". Afbildningerne var oprindeligt planlagt som specielle stereografiske afbildninger, men endte med at blive en skrå version af den transversale mercator-afbildning, som man havde forkastet som "uskøn". En regulær datumdefinition blev aldrig forsøgt. Man valgte at gå over til Hayfords ellipsoide, selv om fastholdelsen af den danske ellipsoide efter Andrå ikke havde givet problemer, men kun fordele med astronomiske data fra Den Danske Gradmåling. Af-

bildningen af observationerne (dvs retnings- og afstands-korrektioner) ville være uændrede, fordi de benyttede formler var så afkortede (ringe), at der ikke blev nogen forskel på de to ellipsoider. Beregningerne gennemførtes i dette system siden 1934 og fortsattes fremover til år 2000, hvor man indførte den nye kortprojektion.

1.4. Løsningstaktik

Fase 1: Produktion af transformationsformel.

Nettet af 1.orden bestod af ca. 60 punkter med koordinater i System34, hvor de ca. 50 havde S34jylland koordinater og ca. 20 havde S34sjælland koordinater, idet nogle stationer havde koordinater i begge systemer. Hertil kom så de UTM32 koordinaterne for 1.ordens nettet, som skal bruges til at finde konstanterne i en transformationsformel. Med de to konforme koordinatsystemer

$$W = N + iE \quad ; \quad UTM$$

$$Z = Y + iX \quad ; \quad S34$$

forudsætter man i mangel af bedre, at transformationen mellem dem kan udtrykkes som et komplekst polynomium

$$W = C_0 + C_1Z + C_2Z^2 + C_3Z^3$$

Med fornuftigt anbragte parenteser får man den mere bekvemme form, Horner's skema, der anvendes i praksis til summationen, så man får potensopløftningen "gratis".

$$W = ((C_3Z + C_2)Z + C_1)Z + C_0$$

De to sæt af 4 komplekse konstanter for Jylland-Fyn og Sjælland til de to områder af formen

$$C_k = C_{k,r} + iC_{k,i} \quad k = 0,1,2,3$$

bestemmes ved hjælp af værdierne for de sammenhørende koordinatsæt i de to systemer, UTM og S34. Der bliver dermed 8 ubekendte for hver af de to landsdele. For Jylland vil der blive 100 ligninger til at bestemme dem, mens der for Sjælland kun vil være 40 ligninger. I begge tilfælde vil der være rimeligt mange overbestemmelser til bestemmelsen af konstanterne ved mindste kvadraters metode. Formlerne giver kun en nøjagtighed på ca. 1 meter, men det er urealistisk at gå til en højere grad, både fordi der bliver færre overbestemmelser og fordi regnearbejdet med de ca. 30 000 punkter forøges med en forøget grad af polynomierne.

Fase 2: Beregningen.

Med et jysk og et sjællandsk sæt på hver 8 koefficienter kunne man nu med brug af Horner's skema transformere S34-koordinaterne til UTM koordinater i henholdsvis zone 32 og 33. Under antagelsen af, at 2 personer kan regne og revidere (derfor 2 personer) 10 punkter i timen eller 15 000 punkter pr. år vil arbejdet tage 2-3 år for alle punkter. En sammenligning af arbejdslønnen herfor mod lejen af en passende datamaskine motiverede et quadriumvirat af fire geodæter, daværende afdelingschef dr. phil. Einar Andersen, souschefen Elvin Kejlsø, Torben Krarup og Bjarner Svejgaard til at argumentere for at leje en IBM 602A Calculating Punch som en økonomisk forsvarlig løsning.

En 602A kunne læse og hulle hulkort og med en koblingspanel bringes til at beregne de komplekse polynomier efter Horner's skema. Mag. scient. Torben Krarup og mag. scient. Bjarner Svejgaard, der begge netop var ansat ved GA1, var de rette til opgaven, som dermed blev sat i gang. Tidsforbruget til de 33 000 polynomieberegninger er i dag ukendt, men hvis man gætter på 10 sekunder pr punkt bliver det af størrelsesordenen 100 timer i ren regnetid. Hertil kommer så tiden for inddatering af koordinaterne og udskrift af de transformerede koordinater. En almindelig PC kan nu (i 1995 eller senere) transformere 500 000 punkter i sekundet med 6.ordens trigonometriske rækker med nøjagtigheder bedre end 1 mikron.

1.5 GI's første datamat.

Quadriumviratet fandt ud af at 602A'en, der fik kælenavnet MOLOK nok kunne bruges til andre af afdelingens opgaver og den var prismæssigt rimelig at leje, så deres indstilling til Institutets direktør Professor, dr. phil. N.E. Nørlund om at fortsætte lejemålet blev imødekommet. Det var et skub til "GIER-vognen".

Og så blev 602A sat til at lave andet. Der var til forskellige ellipsoider lavet tabeller med krumningsradier og andet som funktion af bredden, oftest med logaritmiske værdier, men man beregnede og udskrev nu til Hayfords ellipsoide værdier af krumninger, teoretisk tyngde, Gaussisk bredde (et GI-idiom for en speciel Soldner-bredde), reduceret bredde, og Gaussisk krumningsmål for alle bredder mellem 0 og 90 grader med 1 minuts interval, dvs. 5400 argumenter. Regnetiden for denne opgave viste sig at være 3½ time. Udviklingen i materiel afspejles klart ved at et program skrevet i C til den samme opgave bruger ca. 1/7 sekund på en lille billig PC. I dag ville man naturligvis bruge en subrutine i sit program til at give et enkelt tal direkte i stedet for en værdi i en tabel. Men betydningen af den type tabeller ses klart når man tænker på at det ovennævnte Nordamerikanske datum (NAD27) blev regnet på Clarkes 1880 Ellipsoide, hvor man havde tabeller, mens tabeller for den internationale ellipsoide, der var introduceret af amerikaneren John F. Hayford ikke fandtes.

Koblingspanelet på 602A'en udgjorde et programlager af en meget beskedent størrelse. Ved større opgaver måtte man regne en del af opgaven, hulle mellemresultater ud, skifte panelets programmering ud (eller låne et ekstra panel) og regne næste delmængde osv., indtil opgaven var løst.

1.6. IBM 602A som primitiv von Neumann-maskine

Krarup og Svejgaard fandt på at koble et specialpanel, så at 602A fremtrådte som en von Neumann datamaskine, hvor arbejdslageret simuleredes en sekvens af hulkort med inputdata og maskinordrer samt blanke hulkort til hulning af resultater. Maskinen havde de fire almindelige regningsarter og en hopordre. Aritmetikken brugte 8-cifrede decimaltal (5 cifre før og 3 cifre efter decimaltegnet). Der var 8 akkumulatører (der samtidig var de eneste lagerceller). Beregningssløjfer klaredes ved at man lagde den enkelte sløjfe i, mindst så mange gange som nødvendigt. Man kunne bryde ud af sløjfen med en hopordre til et stjerne-

mærket kort som hopadresse. Resultater kom ud fra akkumulator 6, 7, og 8, når der lå et blankt kort mellem "programkortene". En drejeomskifter gav mulighed for 10 gennemløb af den samme programstak før man skulle sætte nye inputdata og (blanke) resultatkort i. Clock-cyklus var vel ca. 1-2 sekunder (eet kort) så at program på 100 kort tog vel 1-2 minutter pr. gennemløb (så man skulle hen og dreje omskifteren). Det var spændende dage, men det bedste var, at det var en introduktion til fremtidige datamaskiner. Man begyndte at drømme om noget bedre.

1.7. En ide og en mulighed.

Ved GA1 brugte man 602A som datamaskine ved flere større regnearbejder som løsning af normalligningerne fra Færøernes Islands og Grønlands nye 1. ordens net, beregning af både astronomiske stedbestemmelser, (inklusive laplace-azimuter) og direkte afstandsmålinger i ovennævnte nettet.

GA1 havde fremstillet en del elektronisk materiel til brug ved astronomiske stedbestemmelser og elektroniske afstandsmåling, men en ide om at konstruere en egentlig "geodætisk datamaskine" blev heldigvis opgivet, selv om man end ikke var klar over hvor stor en sådan opgave ville blive. Men redningen var på vej. Regnecentralen var i gang med at konstruere DASK, som var en teknisk bedrift, og bedre endnu gav den mod på at udvikle og fremstille den næste version af DASK, nu med halvlederteknik.

2. Regnecentralen og Geodætisk Institut.

2.1 Et triumvirat opstår.

Quadriumvirat blev nu et triumvirat bestående af statsgeodæt (senere chefgeodæt) mag. scient Elvin Kejlsø, og de to geodæter, mag. scient Torben Krarup og mag. scient Bjarner Svejgaard, idet Geodætisk Institut i 1955 fik en ny direktør, professor, dr. phil. Einar Andersen, der var en internationalt kendt geodæt og en fremragende forsker indenfor numerisk analyse, (som han selv kaldte "praktisk matematik") Einar Andersen havde som nævnt set de muligheder, der var med automatiseringen af geodætiske beregninger, sådan som han tog initiativ til med 602A. I 1956 blev han medlem af ATV, hvor professor dr. phil. Richard Petersen også var medlem. Richard Petersen var en aktiv støtte ved konstruktionen af DASK, der blev udviklet og fremstillet af Regnecentralen. Ønsket om at fortsætte succesen ved at fremstille en SUPER-DASK med halvledere kombineret med GI's ønske om egen datamaskine samordnede med udviklingen og konstruktionen af en mindre datamaskine, der dels kunne være et studiearbejde for en SUPER-DASK og dels en dedikeret datamaskine for Geodætisk Institut. Regnecentralen leverede forskning og udvikling af materiellet og Geodætisk Institut deltog i udvikling af programlogikken og ordrestrukturen, betalte for komponenter og ansatte den datatekniker, der til sin tid skulle vedligeholde GIER, som den ny maskine kom til at hedde som et foreløbigt, men senere endeligt navn.

2.2 GIER realiseres

Professorerne Richard Petersen og Einar Andersen og Regnecentralens direktør Niels Iver Bech drog omsorg for, at der etableredes en effektiv og engageret stab til at gen-

nemføre disse ideer, en fornuftig samordning af interesser og muligheder i kraft af mange menneskers vilje og evne til samarbejde. RC's Bent Scharøe og Henning Isakson og GI's Torben Krarup og Bjarner Svejgaard samarbejdede om GIER's ordrestruktur, herunder mikroprogrammeringen. Der var sikkert mange andre i denne aktivitet, men tidsafstanden og min manglende viden er årsagen til at jeg ikke får alle med. Professor Christian Grams værk: GIER 50 År råder heldigvis bod på denne mangel.

Svejgaard gav et indledende programmeringskursus for kommende brugere ved GI. Vi brugte som øvelse at lave subrutiner til flydende aritmetik, heldigvis uden held, idet det lykkedes at lave flydende aritmetik i hardware. Prisen var at flydende addition og subtraktion blev trunkerende og ikke korrekt afrundende. Krarup forsøgte at opnå korrekt afrunding, men fortalte at det ikke lykkedes at skaffe plads i mikroprogrammet hertil. Heldigvis havde han modet til at acceptere, at man kunne nøjes med at den flydende aritmetik kun blev en næsten perfekt 8-cifret aritmetik, passende med at vi brugte ottecifrede logaritme- og trigtabeller, når det skulle være "fint". Men det bedste var, at den flydende aritmetik i hardware viste sig at være en afgørende forudsætning for at Professor, dr. phil. Peter Naur og hans medarbejdere kunne producere en fremragende algol-compiler.

En lille detalje var, at Bech forudså at algol ville blive det mest dominerende programmeringssprog i fremtiden. Jeg tillod mig i min uvidenhed at betvivle det og væddede en pose kaffe herom. Jeg fik aldrig betalt gælden, men jeg fik dog syndsforladelse af Peter Naur for min vantro, og det viste sig, at algol blev et afgørende grundlag for udviklingen af geodætisk programmel ved GI.

Efter at GIER først opstilledes til indkøring og officiel indvielse i Telefonhuset med forsvarsministerens tilstedeværelse og tale, fik den sin endelige plads i GA1's lokaler i Nr. Farimagsgade 1 som GIER Nr. 0 (ikke Nr. 1).

Nu kunne vi begynde. De otte lagerceller i 602A afløstes af hele 1024 celler, og hvis denne herlighed ikke slog til havde vi den luksus at kunne bruge de 12 800 lagerceller på tromlen. Hele verden lå åben for os.

Da arkitekten Martin Nyrop afleverede Københavns rådhus, ville politikerne have rettet en lille fejl i rådhushallens flisegulv, der var lagt af indkaldte italienske flisemestre. En flise var lagt "forkert", så man forlangte fejlen rettet, men Nyrop nægtede det, fordi som han sagde, at der var altid fejl i ægte arbejde. Det skulle få politikere til at erkende, at alle kunne fejle og sådan var verden altså indrettet. GIER Nr.0 havde også sin "Nyrop-fejl". Flydende division med 0 gav korrekt udhop til en trap-adresse, undtagen hvis dividenden også var nul, hvor resultatet så også blev nul og uden udhop til en trap-adresse. Krarup fandt aldrig fejlen i mikroprogrammet. Vi levede dog fint med fejlen, som ikke forekom i hele sekvensen af de mange GIER'er, der siden produceredes.

3. GIER ved Geodætisk Institut

It ved GI kom således i stand ved ønsker og indsats fra den videnskabelige og tekniske stab og ikke i kraft af at en eventuel administrativ ledelse havde fundet ud af eller troet på, at der var økonomiske fordele ved at "databehandle" opgaverne. Hensigten var at integrere edb i geodæternes hverdag.

Krarup og Svejgaard havde det synspunkt at GIER ligesom dens forgænger (602A) skulle være et generelt arbejdsredskab for instituttets medarbejdere, dvs. køres i "open shop" og ikke være placeret i en edb-afdeling, hvor man kunne "få databehandling". Tanken om, at man skulle aflevere en "kasse hulkort til databehandling" og afhente en "leporello-liste" med resultater - tit ikke dem, man forventede, ak ja - forekom dem absurd. I øvrigt mente man at GIER ville være så hurtig, at den normalt ville være ledig og klar til alle, der kom og skulle regne. Det var også rigtigt i den første tid.

3.1 GIER tages i brug

Med algoritmerne til transformation fra System34 som kerne fremstilledes mere omfattende transformationsprogrammel til behandling af de øvrige koordinatsystemer i Danmark, Færøerne og Grønland. I starten var det maskinkode Krarups egen programmering var i en yderst speciel klasse. Ordrene blev indsat i oktal notation direkte fra kontrolpanelet. Krarups programmer fyldte normalt højst enten 40 eller 80 helceller (1 eller 2 tromlespor) og indeholdt ofte overraskende udnyttelser af GIERs muligheder. Hvis man studerede Krarups programmer kunne man let få det indtryk, at der ikke rigtigt "skete noget" med de anvendte ordrer, men et par ordrer "længere fremme" opadgede man, at opgaven nu var løst, fordi den var tilrettelagt rigtigt. Vi havde også et par idiomer, (1) taoistisk programmering og (2) ortogonal programmering. Taoistisk programmerings tankegang kom fra en myte om den kinesiske kejsers fjerkræ-kok, der var taoist. Han forstod at skære fuglene rigtigt ud som kød og undgå en sikker hennrettelse som hans forgængere blev det, når de havde sløvet eller ødelagt knivene ved at skære i knoglerne. Ortogonal programmering bestod i at nye programmoduler ikke skulle forudsætte ændringer i de allerede programmerede moduler (det lykkedes ikke altid - heldigvis). Trods Krarups noget specielle programmeringsform var han også initiativtager til at tage algol i brug, så jeg havde tabt mit førnævnte væddemål med glans, og algol blev det daglige værktøj til programmering. Visse delopgaver løstes med hybridprogrammel, hvor der brugtes en kombination af algol og maskinkode.

Svejgaard indførte en "skrivemaskinestyring", så at man kunne starte programmer fra skrivemaskinen og slap for at manipulere programmer i gang fra kontrolpanelet, der hos os sædvanligt ellers var kontakten til vores GIER, som aldrig fik en HELP-knap. Alle startede ellers med at indlæse spor0 fra kontrolpanelet. Skrivemaskinestyningen, der

blot var en starter afløstes af HELP3 (en samling af utility-programmer) og en række stadigt forbedrede algol-compiler. Der blev hermed en righoldig baggrund for udvikling og anvendelse af geodætisk programmel.

Programmet tog naturligt udgangspunkt i koordinat-transformationer, som jo var tændgnisten for ”GIER ved GI”. Der var en mange opgaver, som kunne løses med GIER, men med tiden også opgaver, hvor man ville ”komme til kort” – undskyld ordspillet, der stammede fra presseomtalen da GI ansøgte om en afløser for GIER..

4. Opgaver til GIER.

Der var i 1960’erne en stor feltaktivitet, som affødte betydelige datamængder til behandling brug af GIER i en aktiv ”dialog”, forstået som ikke bare en ”databehandling” i form af en gang hattelak smurt over informationen.

4.1 Fysisk geodæsi.

Et nyt gravimeter, der kunne måle tyngdekraften til søs fra et overfladefartøj blev taget i anvendelse i farvandene omkring Danmark og Grønland. Udover reduktion af de direkte målinger var der supplerende behandling af de navigationsdata, der brugtes til stedfæstelse af de målte tyngder.

Tyngdemålingerne til søs supplerede de omfattende tyngdemålinger der var udført igennem mere end 20 år. Ud fra Krarups arbejder med en rationel udnyttelse af tyngdemåling ved kollokation, der brugte samme type algoritmer som ved mindste kvadraters metode blev det muligt at bestemme geoiden og lodafvigelseerne som en rationel fremstilling af fysisk geodæsi

Der var ved fremkomsten af GIER to 1. ordens nivellementsnet fra henholdsvis begyndelsen og midten af 1900-tallet. Disse net var baseret på et konventionelt geometrisk nivellement udført med specielt velegnede instrumenter i en speciel teknik suppleret med tyngdemålinger, så at målingerne reelt gav differenser af tyngdepotentialet. Efter afslutningen af 2. præcisionsnivellement i DK (1940-54) påbegyndtes bearbejdelsen af data herfra. De mange observationer blev inddateret på papirbånd, men den totale behandling med medtagelsen det senere tilkommende 3. præcisionsnivellementer kom til at strække sig meget længere end GIER’s levetid.

4.2 Geometrisk Geodæsi.

En supplerende forstærkning af 1. ordens triangulationen ved tilføjelse af nye stationer i den jyske polygon og den fynske femkant og elektronisk afstandsmåling af alle trekantsider gav behov for programmel til inddatering, evaluering og lagring af data fra ca. 1000 enkelte distancer fordelt over de ca. 70 trekantsider. Den 2000 km lange 1. ordens kæde i Grønland blev forstærket med elektronisk afstandsmåling af mindst 1 side i hver trekant, idet hele den nordlige del af kæden manglede invar-målte basislinier. Detailtriangulationen på Færøerne forstærkedes med et stort antal elektroniske afstandsmålinger.

4.3 Integreret Geodæsi

De første forsøg med en ”total” geodæsi, hvor alle typer af målinger med geodætisk relevans kunne behandles samlet blev gjort for at demonstrere mulighederne. Vi så at der var visse fordele hermed, men det var klart at der skulle mere maskinkapacitet til.

4.4 Afbildninger (”Kortprojektioner”) og Transformationer.

Den oprindelige opgave med transformation mellem System34 og UTM, som var starten til det hele blev nu udviklet med

1. Korrektion for restfejlene i de transformerede koordinater ved hjælp af 2-dimensional interpolation i en tabel med restfejlene. Fejlene kunne herved reduceres fra meterniveau til decimeterniveau. Det har siden vist sig at være muligt at nå en nøjagtighed bedre end 5 cm med komplekse polynomier af 8. grad, men den dilettantiske metode der brugtes ved definitionen af S34 umuliggør en løsning, der tilgodeser det gode observationsmateriale muligheder.
2. Transformation til andre koordinatsystemer blev først programmeret i maskinkode til GIER. System34 havde samme fælles værdi af origo for Jylland-Fyn og Sjælland, så det var uundgåeligt, at der blev forvekslinger mellem to områder. Som bodemiddel blev der indført en ”koordinat-label” som skulle læses før transformationer udførtes, ligesom resultaterne afleveredes med en label til videre brug af data.

I starten var der simple labels som:

```
<s for S34sjælland
<j for S34jylland
<b for S45bornholm
<u32 for UTM zone 32
<u33 for UTM zone 33
<geo for Geografiske koordinater
<dm for Dansk Mercator
```

Dette labelsystem udbyggedes med en datumbetegnelse som fx

```
<utm32_ed50 for UTM 32 i European Datum
<geo_wgs84 for geogr. koord. i WGS84 system
<crt_euref89 for 3-dim. koord. i euref89 system
```

Samtidig gik man over til at anvende algol i stedet for maskinkode. Dette labelsystem gav anledning til, at der defineredes en hel datastruktur (først et array i algol, senere en ”structure” i C), som indeholdt alle nødvendige konstanter til transformationen. En videre udvikling blev at transformationerne blev ”duale”, så at den samme subroutine kunne transformere både til og fra et system, og det var nærliggende at udnytte denne mulighed ved at en transformation så altid kunne kontrolleres ved ”tilbage transformation” med eventuel fejlmelding på grund af overskridelse af konvergensområde, maskinfejl, etc. Ligeledes kunne en sådan struktur fungere med noget der lignede ”reentrant code”, så at den samme subroutine kunne bruges til flere systemer, styret af de forskellige koordinat-labels. En ønsket transformation opnås ved en automatisk opbygelse af en kæde af mulige enkelte transformationer. Ved brug af en sådan fast tvangsroute af transformationer kunne man

sikre sig, at det ikke akkumuleredes afrundingsfejl dersom koordinater først transformeredes ad én vej og siden ved anden lejlighed tilbageførtes ved en anden kombination af enkelttransformationer.

5. Netudjævning.

Netudjævning var for geodæter en samlet produktion af koordinater ud fra observationer på en sådan måde at observationerne med minimale korrektioner kunne sammensættes til en forbedring af koordinaternes nøjagtighed og pålidelighed.

Implementeringen af et system til disse opgaver viste sig at inducere produktion af mange programmer og funktioner og medførte at mange medarbejdere både fra GA1 og andre afdelinger kom til at deltage. Den tidligere erfaring med, at opstilling og løsning af normalligninger var det store problem viste sig ikke at holde stik, og det var egentlig de andre problemer på "natsiden" som stimulerede udviklingen til gavn for både netudjævning og andre geodætiske opgaver.

5.1 Elementudjævning

Udjævning med koordinaterne som ubekendte afløste den tidligere anvendte metode med korrelater, som gav færre normalligninger, men til gengæld var numerisk og programmæssigt mere problematisk. Normalligningerne i en elementudjævning opbygges successivt fra observationsligningerne, således at man simpelthen tager observationerne enkeltvis fra den beholdning, der er kompileret til opgaven. Man sammenligner observationen med den beregnede værdi bestemt ved koordinaterne, og kan så ved hjælp af de partielle afledede med hensyn til koordinaterne finde ud af hvordan man nærmer sig den observerede værdi ved at rette på koordinaterne. Det er både for teori og praksis bekvemt at alle observationer får vægten 1, opnået ved division med spredningen ("middelfejlen") på observationen. Til eksempel kan observationen være en afstand og den beregnede værdi findes fra koordinaterne af de to punkter hvis afstand måles. De partielle afledede danner en matrix, der har én søjle pr. koordinat og en række pr. observation. De andre størrelser er søjlevektorer med eet element pr. observation. Der er normalt flere observationer end ubekendte, så alle observationer må have en minimal korrektion. Herved bliver der i første omgang for mange ubekendte, men kravet om minimum kvadratsum af korrektionerne sikrer at de nye ekstra ubekendte kan bestemmes entydigt. De indgående variable er:

M = Observationer

V = Korrektioner til M .

$F(C)$ = Beregnede værdier

C = Foreløbige Koord.

A = Part. afl. = " $\partial F / \partial C$ "

c = Forbedr. af Koord.

Observationsligningerne er

$$M + V = F(C) + Ac$$

Korrektionerne kvadratsum minimaliseres ved

$$V^T V \text{ minimum} \rightarrow 2dV^T V = 0 \rightarrow dV^T = c^T A^T$$

Elimination af korrektionsvektoren ved multiplikation af observationsligningerne med $c^T A^T$ giver

$$c^T A^T A c = 0 + c^T A^T W$$

Heraf følger løsningen fra normalligningerne

$$A^T A c = A^T W$$

Når de er løst, kan koordinaterne opdateres til et fornyet gennemløb ved

$$C + c \rightarrow C$$

Da der kun er få ikke-nul elementer i observationsligningsmatrixen, benyttes indices til disse ved multiplikationerne i stedet for en subroutine til brutal matrixmultiplikation, ligesom man i normalligningerne benytter indekstabeller ved adressering af de aktuelle elementer. Normalligningerne opbygges dermed successivt efterhånden som observationerne bruges, og når den sidste er brugt, løses ligningerne med Cholesky's algoritme.

5.2 Cholesky's Algoritme

I Cholesky's algoritme finder man en generaliseret kvadratrod af normalligningsmatrixen, der er en symmetrisk matrix, som herved omdannes til to triangulære matricer, der er hinandens transponerede, og hvor man blot lagrer den, der kun har nul-elementer under diagonalen, dvs. L^T . Den lagres søjlevis fra det første ikke-nul element til og med diagonalelementet. Pladsen hertil fås fra normalligningens elementer, der "forbruges" når trekantmatrixen produceres

$$A^T A c = A^T W \rightarrow LL^T c = A^T W$$

$$\text{mult med } L^{-1} \rightarrow L^T c = L^{-1} A^T W$$

Den sidste række har kun et element forskellig fra nul. De ubekendte kan dermed findes successivt fra bunden og oppefter. Cholesky's algoritme til løsning af normalligninger blev valgt som fordelagtig med effektive regneoperationer og besparende pladsbehov. Kun elementerne på og over diagonalen fra det første ikke-nul element i hver søjle lagres. I praksis behøves derfor kun 3-20 % af pladsen for en fuld matrix. Regnetiden kan tit være af størrelsesordenen 1 % eller mindre end tiden for en fuld matrix, og den relative gevinst vokser med størrelsen af matrixen. Implementeringen af Cholesky's algoritme var i maskinkode i hele GIER's levetid, mens resten af programmeringen var i algol.

5.3 Natsideproblemerne

Da det lykkedes at reducere det menneskelige arbejdsindsats ved løsning af normalligninger trådte "natsiden", de tilsyneladende småting frem:

1. Ekstern fleksibilitet og intern standardisering. Vinkelenheder og længdeenheder kan læses og udskrives i sædvanlig form, men er internt altid i henholdsvis radianer og meter. Type og decimalantal lagres i en associeret variabel, så at udskrivning reproducerer type og decimalantal. Der var 10 forskellige vinkelformater og 7 forskellige længdeformater, men det var naturligvis let at ændre dem uden at skulle modificere det øvrige programmel (ortogonal programmering). Andre datatyper behandles på analog måde. Systemet har p.t. plads til 14 forskellige interne datatyper.

2. Definition af et udjævningsjob sker ved en koordinatlabel og en liste over de stationer, der skal indgå i udjævningen. Herefter kan programmet fra datalister kompilere (a) koordinater, givne og foreløbige, (b) observationer, (c) geoidehøjder og andet til brug for beregningen.
3. Input/output foretages som en datastrøm uden anden formatering end brug af linjer. Enkelt mellemrum altid blindt. Datatypen afgøres af terminator. Fx betyder "sx" seksagesimale grader, minutter og sekunder. Ukendt terminator behandles normalt som forventet terminator, fx vil en indlæsning, der forventer meter behandle dobbelt mellemrum som om der var terminatoren "m". Procedurene til koordinattransformation fungere også som en generalisering af input/output, så at koordinater kan modtages/skrives i et andet system end det, der bruges til den aktuelle opgave. Brug af labels sikrer den korrekte behandling af koordinaterne og andre data, så labelsystemet er udvidet til også at omfatte observationer, geoidedata og jobdefinitioner (som er en specifikation af typen af udjævningen fulgt af en liste med numrene på de stationer, der skal bruges). Da vi kun kunne gemme resultater som papirbånd, var alt output fra en udjævning en komplet liste af jobdefinitionen, resulterende koordinater og observationer med fundne minimaliserede korrektioner ("fejl"). Listen kunne bruges som output, dersom beregningerne skulle revideres.
4. Foreløbige koordinater er nødvendige, når observationsligningerne er ulineære, men selv grove startværdier er oftest tilstrækkelige, så alle kneb gælder. Transformation fra andre systemer er fint, men hvis blot en linjes retning er kendt eller kan skønnes, kan man lave en grov, men lineær observationsligning. I nødsfald kan man give nogle startværdier manuelt og ofte få startet en spredning af retningsværdier ud over nettet.
5. Normalligningerne kan under beregningen give løbende informationer om det system, der er under behandling. Hvis der mangler observationer til at bestemme koordinater bliver matricen singular. I stedet for at standse med en alarm kan algoritmen lave en midlertidig "plombering" ved at virtuelt fjerne enhver søjle, der får et diagonalled som er virtuelt nul. Det er herved muligt i eet gennemløb at signalere alle mangler, så at man får mulighed for at fremskaffe manglende observationer i en uafsluttet kørsel uden et uintelligent alarmudhup ved første fejl.
6. Et indledende gennemløb af observationerne kan med en algoritme give en rækkefølge af søjlerne i normalligningsmatricen, så at elementerne ligger så tæt på diagonalen om muligt
7. Fejl i observationerne vil oftest kunne påvises når man efter første gennemløb kender standardafvigelsen. Reparationen består i at programmet i et næste gennemløb nedsætter vægten på mistænkelige observationer, der afviger med mere end 3 gange standardafvigelsen. Hvis fejlen stammer fra

dårlige foreløbige koordinater vil den forsvinde, men hvis det er en reel fejl vil den blive værre, og vil efter flere gennemløb virtuelt være fjernet. Grænsen 3 gange kan i øvrigt ændres af brugeren under kørslen

8. Hvis de foreløbige koordinater er grove, vil programmet kunne fortsætte med resultaterne som nye foreløbige koordinater, indtil alle opdateringer er virtuelt nul. Hvis begyndelsesværdierne er for grove, vil løsningerne divergere, så koordinaterne går mod uendeligt. En sluttelig "nulløsning" er netop et bevis på løsningernes rigtighed.
9. Standardafvigelsen ("støjen") på observationerne, som kommer ud som resultat, og kan sammenlignes med støjen på aritmetikken som den numeriske præcisionsexponent (også kaldt Krarups tal)

$$\text{enp} = \frac{1}{2} \log_{10} \left(\frac{(A^T W)^T (A^T W)}{(L^T A^T W)^T (L^T A^T W)} \right),$$

som normalt kan bringes op på ca. 3 med GIER's numeriske muligheder. Kort sagt siger **enp** hvor mange decimale cifre beregningen er nøjagtigere end målingerne

5.4 GIER's Kapacitet

Den maksimale længde af en søjle i normalligningerne var 440 elementer = 11 tromlespor og det skulle være plads til mindst 2 søjler i lageret, hvorved der blev $1024 \cdot 2^{440} = 144$ celler til programmet, som måtte håndteres med lagerveksling. Der var således plads til at have op til 439 ubekendte (en celle af de 440 gik til indicering).

Vi kunne således håndtere både de danske og de grønlandske 1. ordens net, og med brug af Helmert-blokning kom man ud over denne begrænsning i forbindelse med samarbejdet om en forbedring af ED50 kaldet RETrig.

Den senere taktik med at nyberegne alle ca. 1000 stationer i et område svarende til et 1 cm kortblad kunne ikke iværksættes endnu, men beregninger i mindre delnet, ofte til specialopgaver i forbindelse med de nye broer, fredningsgrænser, etc overbeviste os om at koordinaterne i detailnettet kunne bestemmes nøjagtigere, fordi observationernes kvalitet og kvantitet ikke udnyttedes med den hidtil anvendte metode med enkeltvis punktindordning. Den rationelle behandling med mange stationer og alle observationer simultant gav mindst en fordobling af nøjagtigheden. GIER sparede således mange års feltarbejde og tjente sig selv ind mange gange. Observationsmaterialet viste sig at være fremragende, og vi havde nu data, erfaringer og medarbejdere nok til at fremstille et bedre geodætisk informationssystem. Der manglede mulighed for at opbygge dataregistre i stedet for de papirbånd som var vores eneste "database". Vi brugte efterhånden en stor rulle om dagen.

Den oprindeligt altid ledige GIER var nu blevet til en GIER, som man aftalte en halv times kørsel med kollegerne om. Det er ingen skuffelse, men en klar indikation af, at vi kunne lægge flere og flere opgaver ud til databehandling end vi havde drømt om.

De mange opgaver, som nu blev løst på GIER, blev også forstudier til en fremtid med en mere integreret databehandling. Vi følte at mulighederne med GIER var ved at blive utilstrækkelige. Det tromlelager, som engang syntes fuldt tilstrækkeligt, forekom nu generende småt og så udsidt, at vi befrygtede et fysisk sammenbrud.

6. Et nyt Quadriumvirat ("firebende")

Efter et decennium med GIER var på tide at finde en afløser. Quadriumviratet bestod af chefen for GA1, mag. scient. Elvin Kejlsø, mag. scient. et cand. mag. Ole Bedsted Andersen, mag. scient. Knud Poder og major Preben Møller Thomsen, der mødes én dag hver uge i et år for udarbejdelsen af et forslag om en afløser for GIER. Kravene til GIER's afløser omfattede:

1. Ingen egentlig begrænsning på antallet af stationer i en udjævning. (Realistisk 5-10000 stationer).
2. Parallelprocessor til akkumulering af produktsummer med dobbelt ordlængde (efter Wilkinson).
3. Større regnehastighed end med GIER.
4. Fornuftig ordlængde for heltalsaritmetik og flydende tal. Gerne 2-komplements repræsentation.
5. Pladelager og magnetbåndstation.
6. Operativsystem til parallel kørsel med terminaladgang.
7. Avanceret algol-compiler.
8. Programmertil dataregistre.
9. Tekstbehandlingsmuligheder

Redegørelsen voksede til et betydeligt omfang til belysning af GI's situation og som et forslag til videre udvikling. En evaluering fra et rådgivende ingeniørfirma, som ministeriet foreslog til en videre undersøgelse, gav en blåstempling af vores forslag som en god ide. Den efterfølgende ansøgning til folketingets finansudvalg var på 3.5 millioner kroner. Sådan var det, når man skulle investere i edb (som det hed den gang), og en avis omtalte den "store" sag med, at nu søgte GI om penge til en ny datamaskine, fordi man var "kommet til kort" med den gamle. Mellem de fire tilbud, som alle havde positive og negative sider valgtes RC4000, hvormed der også blev vis selvmodsigelse. Meteorologisk institut skulle flytte, bl.a. fordi man ønskede plads til en RC4000, og GI skulle have mere plads til en RC4000, så Meteorologisk institut fraflyttede Gamle Have i Charlottenlund, og GI flyttede dertil, begge institutter af samme årsag – ak ja, men alle var tilfredse.

6.1. RC4000 på Banen

Den anskaffede RC4000 bestod af følgende komponenter

1. RC4000 CPU + vektorprocessor
2. 200 k ferritlager (12 bits bytes)
3. 2 disk drives, hver 24 M ord (24 bits)
4. Båndstation
5. RC2000 papirbåndslæser + punch
6. Linjeskriver
7. 6 Skrivemaskineterminaler+1 skærm
8. Faste linjer til GA2 og Topografisk Afd.

Operativsystemet var BOSS, som den gang tillod to simultant kørende job og samtidig gav mulighed for editering fra alle terminaler.

6.2. JOK

Så snart RC4000 var bestilt dannedes en arbejdsgruppe på 4+1 medarbejdere til at implementere netudjævning. Gruppen bestod af

1. Ole Remmer: Input af koordinater og observationer.
2. Jørgen Eeg: Observations- og normalligninger.
3. Jon Olsen: Output af koordinater og observationer med korrektioner og fejlrapporter.
4. Knud Poder: Koordinering og sammenkobling af modulerne.
5. Willy Weng: (Tilkom lidt senere): Koordinering og specialfunktioner.

Navnet JOK blev taget fra medlemmernes forbogstaver, men Willy kom senere, og vores fantasi slog ikke til til at sætte W ind gruppenavnet.

Strukturen af gruppens opgaver, et nedudjævningsprogram var yderst enkel: (1) input, (2) beregning og (3) output som gav simple grænseflader. Programmeringen blev næsten automatisk blev både "ortogonal" og "taoistisk". Gruppens medlemmer var vant til afdelingens arbejdsform og havde hver for sig arbejdet i andre arbejdsgrupper med andre geodætiske arbejder. Med lånt maskintid fra Regnecentralen lykkedes det at få et kørende program færdigt til leveringsprøven, så allerede efter de første 10 minutters kørsel havde vi gennemført at udjævne et lille net uden problemer. De kom senere, så der blev noget at forbedre. Gruppen opløstes snart efter, idet den jo havde løst sit job og alle havde andre opgaver, som ventede.

7. Efter GIER.

GIER var et centralt redskab for GI i de mere end ti år den var i brug. Fra at være "noget" i GA1 bredte brugen sig efterhånden ud over hele GI, der hermed fik muligheden for at integrere brugen af databehandling i de enkelte afdelinger med nyt materiel baseret på de erfaringer man fik med GIER. I det næste decennium benyttes først RC4000 og senere RC8000. Linjen med "open shop" blev fastholdt, nu med lokale "open shops" i afdelingerne, helt i ånden med de tanker man gjorde sig da GIER skabtes.

Det blev en afgørende forudsætning at Regnecentralen både set som en institution og som en personkreds havde evnerne til og hensigten med at fremstille GIER i forening med GI. Alle vi, der havde den oplevelse at deltage i arbejdet i de år, vil altid mindes tiden med venlige tanker.

8. Litteratur

Til orientering om de GIER og geodætiske termer, der forekommer her, kan anbefales:

1. Kai Borre: Landmåling. Inst. For Samfundsudvikling og Planlægning, Aalborg 1990. Borre er gammel GIER-bruger.
2. Chr. Gram: GIER 50 År. GIER's historie. Fakta og personer.
3. Cholesky's algoritme er rimeligt omtalt i Wikipedia, hvor den Hermite'ske matrix A her er $A^t A$ i afsnit 5.2.